

Die Auswertung
der Sonnen- und Mondbeobachtungen
des Danziger Astronomen
Johannes Hevelius

Johannes Wünsch

Die Auswertung der Sonnen- und Mondbeobachtungen des Danziger
Astronomen Johannes Hevelius

Dissertation
der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Johannes Wunsch
aus Thierhaupten

München, den 15. 10. 1986

1. Gutachter: Prof. Dr. F. Schmeidler
 2. Gutachter: Prof. Dr. R. P. Kudritzki
- Tag der mündlichen Prüfung: 11. 12. 1986

Betrachte den Umlauf der Gestirne, als wenn dein Leben mit ihnen umliefe, und erwäge beständig die wechselnden Übergänge der Grundstoffe ineinander. Denn solche Betrachtungen reinigen dich vom Schmutz des Erdenlebens.

Marc Aurel



Diese Dissertation ist zugleich Nummer 1
der wissenschaftlichen Schriftenreihe der
Ost- und Westpreussenstiftung in Bayern

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung.....	1
0. Einleitung.....	3
1. Gezeiten und Gezeitenreibung.....	8
2. Die unregelmäßige Erdrotation und ihr Bezug zur Zeitmessung. Die Definition von Zeitskalen.....	23
3. Die Sonnenbeobachtungen von Hevelius	
3.1. Das Instrument Quadrans Azimuthalis und die Messungen.....	37
3.2. Bestimmung des Azimutfehlers A_0	50
3.3. Die Ephemeride DE 102 des JPL und ihre Anwendung für die vorliegende Arbeit.....	64
3.4. Der Ansatz der Ausgleichsrechnungen.....	67
3.5. Diskussion der $\Delta\delta$ der Sonnenbeobachtungen.....	68
3.6. Graphische Darstellungen der $\Delta\delta$	71
3.7. Bemerkungen über die Tabellen von Teilungsfehlern von Rybka (1984).....	84
3.8. Die Ausgleichsrechnungen für die Sonnenbeobachtungen.....	91
4. Die Mondstanzmessungen von Hevelius	
4.1. Grundsätzliche Überlegungen zu den Mondstanz.....	104
4.2. Die Ergebnisse der Durchrechnung.....	123
4.3. Graphische Darstellungen der O-C der Mondstanz.....	129
4.4. Ausgleichsrechnungen zu den Mondstanz.....	140
5. Die von Hevelius beobachteten Sternbedeckungen.....	147
6. Ergebnisse für ΔT	157
Anhang 1. Ausreißer der Sonnenbeobachtungen.....	161
Anhang 2. Die Methode der kleinsten Quadrate.....	163
Anhang 3. Quellen der Sternörter.....	165
Literaturverzeichnis.....	168



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554822_0017

Zusammenfassung

Es wurden etwa 1500 von Johannes Hevelius (1611-1687) beobachtete Meridianhöhen der Sonne und etwa 1160 Distanzen des Mondrandes von Fixsternen sowie 48 Sternbedeckungen ausgewertet mit dem Ziel, etwas über die Schwankungen des Zeitmasses $\Delta T = ET - UT$ (Ephemeridenzeit - universal time) zu erfahren. Zur Auswertung wurde die Ephemeride DE 102-LE 51 des Jet Propulsion Laboratory (JPL) verwendet.

Die Differenzen zwischen Theorie und Beobachtung in den gemessenen Koordinaten sind in den Abb. 15, 18 und 22 für die Sonnenbeobachtungen, sowie 35, 36 u.f. für die Mondstrecken und 41 für die Sternbedeckungen dargestellt.

Für die Sonnenbeobachtungen ergab sich eine Zeitdifferenz $\Delta T = -9^s 7 + 93^s 0$ bei einem mittleren Fehler einer Einzelmessung der Sonnenhöhe von $\pm 45''$. Dabei zeigte sich, daß das Instrument bei Meridianhöhenmessungen um etwa 0.5° von der exakten Südrichtung abwich, daß also ein Azimutfehler vorlag. In den Differenzen $\Delta \delta = (\text{beobachtete} - \text{theoretische Deklination der Sonne})$ ist neben dem gesuchten Effekt mit einer Periode von einem Jahr eine weitere, halbjährliche Variation enthalten, die als jahreszeitlicher Effekt interpretiert wird. Das Ergebnis für ΔL hat leider einen so großen mittleren Fehler, daß ein gesicherter Zahlenwert für die Abnahme der Rotationsfrequenz der Erde $\dot{\omega}$ nicht ermittelt werden kann. Eine Aufteilung der Sonnenbeobachtungen in sieben Gruppen liefert stark streuende Ergebnisse. Bei zwei großen Gruppen deutet sich eine Abnahme von ΔT von der ersten zur zweiten Gruppe an.

Die Mondstreckenmessungen zeigen eine interessante Trennung der Messungen zum nahen bzw. fernen Mondrand. Aus den Mondstrecken ergab sich eine Verschiebung des Mondes längs seiner Bahn von $\Delta L = +7^m 0 \pm 9^m 6$ gegenüber der Ephemeride. Diese Strecke legt der Mond in einem ΔT von $+12^s 7 \pm 17^s 5$ zurück. Dabei ist noch zu berücksichtigen, daß die berechneten Mondörter von der nicht ganz genau bekannten säkularen Akzeleration des

Mondes abhängen. Der verwendeten Ephemeride DE 102-LE 51 liegt ein Zahlenwert für die säkulare Akzeleration des Mondes von $\dot{h} = -26''0/\text{cy}^2$ zugrunde (cy = Jahrhundert). Die Auswertung der Sternbedeckungen ergab ein $\Delta T = +22^s8 \pm 6^s9$.

Das gewöhnliche Mittel dieser drei Bestimmungen ist $+8^s6 \pm 16^s6$, ein gewichtetes Mittel $+21^s7 \pm 4^s7$.

Das Ergebnis für die Sternbedeckungen und das gewichtete Mittel liegen auf der geglätteten Kurve von Stephenson und Morrison (1984) und um etwa 40^s unterhalb der extrapolierten Kurve von Krasinsky et al. (1985). Das Ergebnis für die Mondstrecken deutet ein kleineres ΔT als nach Stephenson und Morrison an. Es besteht die Möglichkeit, daß ΔT um 1669 etwa 15^s kleiner ist als nach deren Ergebnissen. Das gewichtete Mittel weist eine negative Fluktuation von etwa 40^s gegenüber einer mittleren Parabel für $\Delta T(T)$ nach Stephenson und Morrison (1984) auf. Die Differenz ist nicht verbürgbar, aber doch mit einiger Wahrscheinlichkeit reell. Sie wird außerdem gestützt durch die Tatsache, daß sie den Trend der graphischen Darstellung der Fluktuationen von ΔT nach Spencer Jones, wo die Differenz zu einer mittleren Parabel für $\Delta T(T)$ aufgetragen ist, vor 1680 fortsetzt.

0. Einleitung

Die vorliegende Arbeit untersucht Sonnen- und Mondbeobachtungen des Danziger Astronomen Johannes Hevelius (1611-1687). Die Messungen wurden mit großen Messing-Quadranten und -Sextanten durchgeführt und sind in "Machina coelestis" (Hevelius 1673, Schmeidler 1969) und "Annus climactericus" (Hevelius 1685) tabelliert. Diese Beobachtungen wurden zwar mit den damaligen, im Vergleich zu modernen Instrumenten unvollkommenen Meßgeräten durchgeführt, wobei man mit bloßem Auge an Dioptern entlang visierte, doch wurde mit großer Sorgfalt gemessen und Hevelius hatte sehr gute Augen. Die große Zahl der Beobachtungen läßt hoffen, daß die Schwankungen des Zeitmasses zur Zeit von Hevelius ermittelt werden können. Dies geschieht in folgender Weise: Für die Beobachtung ist die Weltzeit=universal time=UT bekannt, die von der variablen Erdrotation abhängt. Dagegen hat eine Ephemeride als Argument das gleichförmige Zeitmaß Ephemeridenzeit ET, die zur UT eine kleine Differenz $\Delta T = ET - UT$ aufweist. Beim Vergleich von Beobachtungen mit einer Ephemeride scheint dann die Sonne bzw. der Mond um die Strecke, die der betreffende Himmelskörper während ΔT längs der Ekliptik zurücklegt, verschoben. Aus dieser Verschiebung kann ΔT ermittelt werden. Die Größe ΔT als Funktion der Zeit ist wichtig für die Untersuchung der variablen Erdrotation, nämlich zur Bestimmung der säkularen Verlangsamung der Erdrotation durch die Gezeitenreibung und für das Studium der Dekadenfluktuationen der Erdrotation, die wohl durch Kopplung zwischen Erdkern und -mantel bedingt sind.

Über Leben und Werk von Hevelius informiert F. Schmeidler in der Einleitung zum Neudruck von Hevelius, Machina coelestis (1969). Hier soll der Lexikonbeitrag von Krafft (Krafft und Meyer-Abich 1970) wiedergegeben werden:

"Hevelius (latinisiert aus Hewelcke), Johannes, Danziger Ratsherr (seit 1651) und Astronom, Begründer der Mondtopographie, geboren 28. 1. 1611 Danzig, gestorben 28. 1. 1687 ebenda.

Hevelius besuchte von 1617-1623 und 1627 bis 1630 das

Akademische Gymnasium seiner Vaterstadt und widmete sich in den letzten Jahren besonders den mathematischen Wissenschaften, in die ihn auch in privatem Unterricht der bekannte Astronom Peter Krüger (geboren 20. 10. 1580 Königsberg, gestorben 6. 6. 1639 Danzig) einführte. Anfangs gemeinsam mit ihm durchgeführte astronomische Beobachtungen und Berechnungen nahmen fortan seine freie Zeit während des Jurastudiums 1630/31 in Leiden ein, wo er aber wie Guericke die guten Möglichkeiten zum Studium der angewandten Mathematik (bes. Optik und Mechanik) nutzte, und auf seinen anschließenden Reisen nach England (1631) und Frankreich, wo er P. Gassendi und I. Boulliau in Paris sowie Kircher in Avignon aufsuchte, bevor er 1634 in die Heimat zurückberufen wurde, um in den väterlichen Brauereibetrieb einzutreten und sich speziell auf seinen Kaufmannsberuf vorzubereiten. Astronomische Studien werden in der Folgezeit ganz verdrängt, bis Hevelius 1639 am Sterbepett seines Lehrers verspricht, Talent und Wissen nicht brachliegen zu lassen. Er beginnt dann bald mit dem Schleifen von langbrennweitigen Linsen für mit der Zeit immer größer werdende Luftfernrohre, gibt große Meßgeräte (Quadranten, Sextanten usw.) in Auftrag, die er mit Teilungen versieht, welche Ablesungen weit unterhalb des Minutenbereichs erlauben, und läßt sich nach anfänglichen Provisorien 1651 über seinen Häusern eine große Plattform mit den für eine Sternwarte nötigen Einrichtungen bauen. Für die zur Messung von Sternörterern durch Wilhelm IV. eingeführte Zeitmessung verwendet er in den 40er Jahren neben seinen Räder- und Sonnenuhren mit Minutenanzeige ein Pendel, dessen Schwingungen gezählt werden mußten, bis er zur Vereinfachung des Verfahrens unabhängig von Huygens eine Pendeluhr mit Sekundenanzeige konstruierte. Hevelius erreichte so ohne Teleskop - Fernrohre dienten ihm nur zu topographischen Untersuchungen von Mond, Planeten und Sonne - Meßgenauigkeiten, die jene der Fernrohrmessungen seiner Zeit weit übertrafen, wovon sich der junge Halley bei seinem Besuch 1679 - halbwegs im Auftrag der Royal Society of London, zu deren 'Fellow' Hevelius 1664 gewählt worden war - überzeugen

konnte. Kurze Zeit nach diesem Besuch zerstörte ein Feuer Hauswesen und Sternwarte mit dem gesamten Inventar. Umfangreiche Zuwendungen durch Freunde und Gönner - u.a. die Könige von Polen und Frankreich, die ihm bereits vorher (seit 1663 bzw. 1678) in Ansehung seiner wissenschaftlichen Verdienste Jahrespensionen hatten zukommen lassen - verhalfen ihm schon 1681 zur Fertigstellung des Sternwartenneubaus mit allerdings kleineren Geräten. Die mit ihrer Hilfe zur Ergänzung der wenigen geretteten oder bereits in anderem Zusammenhang publizierten (Anmerkung: in "Machina coelestis" publiziert) Daten ausgeführten Messungen von Fixsternörteren konnte er noch selbst 1685 im 'Annus Climactericus' veröffentlichen, während die katalog- und kartenartige Zusammenstellung samt Hilfstabellen dann posthum von seiner zweiten Frau herausgegeben wurden (1687-1690). Seine bedeutendste wissenschaftliche Leistung bildet aber wohl die nach neunjährigen Beobachtungen entstandene 'Selenographie' (1647), gleichzeitig seine erste Veröffentlichung. Mit ihr begründete er die topographische Darstellung der Mondoberfläche, die er auf 60 Karten der einzelnen Mondphasen so exakt auf selbst gestochenen Kupfern zeichnete, daß erst J. T. Mayer 100 Jahre später Verbesserungen anbringen konnte. Trotz der allgemeinen Bewunderung für dieses Kartenwerk setzte sich die von Hevelius vorgeschlagene Nomenklatur mit geographischen Namen für nicht immer ähnlich geformte Gebilde auf dem Mond gegen die spätere von Riccioli nicht durch. Daneben beschäftigte er sich viel mit Finsternissen und aus ihren Beobachtungen ableitbaren Daten, bestimmte beim Merkurdurchgang von 1661 erstmals annähernd seine Größe und entdeckte bei Beobachtungen der Kometen von 1664 und 1665 deren parabolische Bahn."

In Abschnitt 1. der vorliegenden Arbeit, Gezeiten und Gezeitenreibung, wird die mathematische Behandlung der Gezeiten und der Einfluß der Gezeiten auf die Rotation von Planeten und Monden beschrieben. Dies ist im weiteren wichtig für die variable Erdrotation. Die Entwicklung von Systemen mit Gezeitenreibung wird qualitativ geschildert. Dann wird die historische Entwicklung der Kenntnisse über die säkulare

Akzeleration des Mondes dargestellt. Die numerische Berechnung der von den Ozeanen verursachten Gezeitenreibung wird erwähnt, und es werden Langzeitintegrationen des Systems Erde-Mond referiert.

Abschnitt 2. handelt von den Veränderungen der Tageslänge, ihren Ursachen und ihrem Bezug zur Zeitmessung. Es werden Sternzeit, universal time UT und Ephemeridenzeit ET beschrieben. Weiter wird dargestellt, wie man aus Beobachtungen von Planeten, der Sonne und des Mondes die Zeitdifferenz $\Delta T = ET - UT$ bestimmen kann und welche Zahlenwerte dafür publiziert wurden.

Abschnitt 3. befaßt sich mit den Sonnenbeobachtungen von Hevelius. In 3.1. werden das Instrument Quadrans Azimuthalis und die Beobachtungsmethode beschrieben. Die Verteilung des Datenmaterials auf die Monate und Jahre, sowie Abschätzungen zur inneren Genauigkeit werden angegeben. Nun wird beschrieben, wie die Sonnenbeobachtungen reduziert wurden.

In Abschnitt 3.2. wird dargestellt, wie aus Meßreihen außerhalb des Meridians ein Azimutfehler $\Delta 0$ abgeleitet werden kann und welche Zahlenwerte sich dafür ergeben. Weiter werden eine Meßreihe an Prokyon und Meßreihen am Polarstern untersucht.

Abschnitt 3.3. beschreibt die Ephemeride DE 102-LE 51 des Jet Propulsion Laboratory (JPL), mit der die Beobachtungen verglichen wurden und wie scheinbare Sonnenörter erhalten wurden. Insbesondere wird auf die Zeitgleichung eingegangen.

In 3.4. wird der Ansatz für die weiteren Ausgleichsrechnungen mit den $\Delta \delta = \text{Beobachtung} - \text{Theorie} = 0 - C$ angegeben. In 3.5. werden die berechneten $\Delta \delta$ diskutiert. Ein Histogramm und Jahresmittel der $\Delta \delta$ werden gegeben. In 3.6. werden graphische Darstellungen der $\Delta \delta$ gegen die Zeit T , die Rektaszension α und die Deklination δ gezeigt.

3.7. referiert Tabellen von Teilungsfehlern von Quadrans Azimuthalis, die von Rybka (1984) in seiner Arbeit über den Sternkatalog von Hevelius abgeleitet wurden und die versuchsweise auch in den vorliegenden Rechnungen angebracht

wurden.

Abschnitt 3.8. beschreibt schließlich die verschiedenen Varianten der Ausgleichsrechnungen für die Sonnenbeobachtungen und die Resultate für ΔT .

Abschnitt 4. behandelt die von Hevelius gemessenen Mondstrecken. 4.1. enthält grundsätzliche Überlegungen zum Instrument Sextans Magnus Orichalcicus, zur Durchführung der Beobachtungen und zum Rechenverfahren, mit dem die Mondbeobachtungen ausgewertet werden, besonders, wie aus den Sternhöhenmessungen die UT der Mondbeobachtungen ermittelt wird.

4.2. beschreibt, was sich über die Differenzen O-C (observed - calculated, also beobachtet - theoretisch) der Strecken nach dem Vergleich von Beobachtung und Theorie alles aussagen läßt. Es wird die Verteilung der Messungen auf die Jahre, die Monate, die gemessene Distanz, die Elongation des Mondes und die Zenitdistanz des Mondes aufgelistet. In 4.3. werden Zeichnungen der O-C als Funktion der Zeit, des Positionswinkels und der gemessenen Distanz beschrieben. 4.4. enthält dann Ausgleichsrechnungen zur Bestimmung einer Differenz ΔL in der mittleren Länge des Mondes zwischen den Beobachtungen und DE 102-LE 51.

In 5. werden die von Hevelius beobachteten Sternbedeckungen diskutiert. Es werden bisherige Arbeiten darüber beschrieben und dann die Ergebnisse der eigenen Durchrechnung dargestellt: die erhaltenen UT der Ereignisse und weiter die $\Delta\sigma = -(O-C)$ der Distanz des Sterns vom Mondrand. In einer großen Tabelle werden (O-C)-Werte miteinander verglichen. Schließlich wird noch eine Zeichnung der O-C der Sternbedeckungen als Funktion des Positionswinkels gegeben.

In 6. werden die ΔT -Werte zu einem Mittelwert kombiniert.

Anhang 1 dokumentiert die weggelassenen Ausreißer der Sonnenbeobachtungen. Anhang 2 beschreibt kurz die Methode der kleinsten Quadrate. In Anhang 3 werden die Quellen der Sternörter gegeben.

1. Gezeiten und Gezeitenreibung

Dieser Abschnitt dient zur Einordnung dieser Arbeit in die Fragestellungen, die mit der Erdrotation verknüpft sind und der Bedeutung der Beobachtungen von Hevelius für dieses Thema.

Das Thema Erdrotation umfaßt Präzession, Nutation und Polhöenschwankungen; diese Effekte betreffen die Richtung der Rotationsachse. Dagegen wird bei der folgenden Untersuchung hauptsächlich der Betrag der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi/P$ der Erdrotation betrachtet.

Zur Veranschaulichung der verschiedenen astronomischen und geophysikalischen Probleme dient Abb. 1 (nach Lambeck 1980), die die Kräfte zeigt, welche die Erdrotation stören, von Erdbeben, Winden, variabler Auflast der Meere und der Atmosphäre, Abschmelzen von Gletschern und Polkappen, variablem Grundwasserspiegel, Ozeanströmungen bis zur Plattentektonik (veranschaulicht durch Käfer). Weiter gibt es im Erdinneren Konvektion, Kopplung zwischen Erdkern und -mantel bzw. zwischen innerem und äußerem Kern sowie äußerem Kern und Mantel, welche verursacht sein kann durch elektromagnetische Kopplung (Magnetfelder), viskose Drehmomente, unregelmäßige Topografie der Kernoberfläche oder durch Gravitationskopplung ("gravity coupling"), d.h. durch ein gravitatives Drehmoment, das der nicht kugelförmige Erdkern auf den Mantel ausübt und umgekehrt (Smylie et al. 1984). Von astronomischen Effekten sind in Betracht zu ziehen die Gravitation des Mondes und der Sonne, die Präzession und Nutation verursachen, sowie eine durch die Gezeiten bewirkte schwache, zeitlich variable Deformation des Erdkörpers.

Nun soll ein allgemeiner Abschnitt über Gezeiten folgen, weil diese die Ursache der Gezeitenreibung und damit der säkularen Veränderungen der Mondbahn und der Erdrotation d.h. auch des Zeitmaßes sind.

Es ist zweckmäßig, die Gezeiten im System Erde plus Mond in

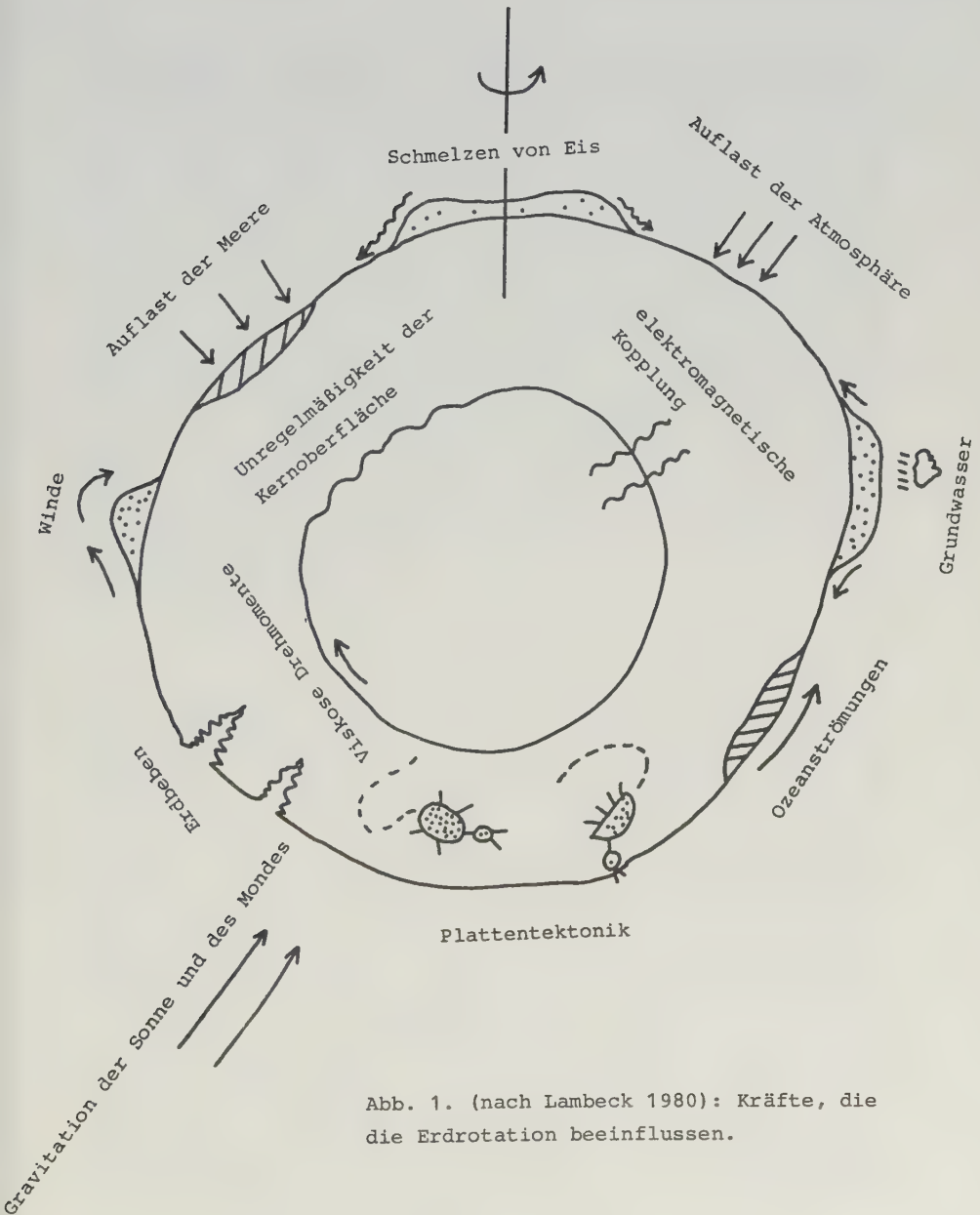


Abb. 1. (nach Lambeck 1980): Kräfte, die die Erdrotation beeinflussen.

einem geeigneten Koordinatensystem zu betrachten, dessen Achsen ständig zu sich parallel bleiben, dessen Ursprung sich aber im Erdmittelpunkt befindet und sich daher mit dem Erdmittelpunkt auf einer kreisnahen Bahn um den Schwerpunkt des Systems Erde-Mond bewegt (Bartels 1957, S. 734).

Durch Taylorentwicklung des $1/r^2$ - Gesetzes der Gravitation erhält man die differentielle Beschleunigung $b=2GM\Delta r/r^3$, wobei M die Masse des Mondes ist, G die Gravitationskonstante und Δr die Differenz des Abstandes, nach der entwickelt wird. Diese Beschleunigung muß betrachtet werden, wenn man z.B. die Roche-Grenze untersuchen will: Ist der Abstand d Planet-Mond kleiner als $d_{krit}=2.52R_{planet}(\langle\rho_{planet}\rangle/\langle\rho_{Mond}\rangle)^{1/3}$ wobei $\langle\rho\rangle$ die mittlere Dichte ist, so sind die Gezeitenkräfte stärker als die Eigengravitation eines nichtrotierenden Mondes ohne Kohäsion, der sich auf einer Kreisbahn bewegt (Weigert und Wendker 1982, S. 44). Für den Fall eines fluiden, gebunden rotierenden Mondes erhielt Roche (1850) eine entsprechende Gleichung, aber mit dem Vorfaktor 2.44 statt 2.52:

$$d_{Roche}=2.44R_{planet}(\langle\rho_{planet}\rangle/\langle\rho_{Mond}\rangle)^{1/3} \quad (1.1.)$$

Angewandt auf den Erdmond liefert diese Gleichung 2.90 Erdradien. Aggarwal und Oberbeck (1974) untersuchten linear elastische Festkörper und berechneten als obere Grenze der Höhe, in der ein Körper zerbricht $h=0.38R_{planet}$, d.h. $d=1.38R_{planet}$.

Für die Gezeiten eines Systems zweier Körper, z.B. Planet und Mond, besteht eine große Vielfalt an Möglichkeiten des mechanischen Problems, denn die Orientierung der Rotationsachsen relativ zur Bahnebene und die Verhältnisse der Rotationsperioden zur Bahnumlafperiode gehen ein. Bei Erde und Mond ist die Sonne noch als dritter Körper in Betracht zu ziehen. Das Gesamtpotential, sowie auch die Beschleunigungen in radialer und oberflächenparalleler Richtung für einen kugelförmigen Körper können einfach berechnet werden. Es ergeben sich Anteile, die vom Stundenwinkel t in folgender Form abhängen:

ein konstanter Term plus ein Term proportional $\cos(t)$, plus ein Term proportional $\cos(2t)$, der dann im Falle des Mondes einer etwa halbtägigen Periode entspricht. Das Gezeitenproblem wurde zuerst von Newton behandelt, wobei er die sogenannten Gleichgewichtsgezeiten berechnete, ein statisches Problem im mitrotierenden System. Dabei wird die Oberfläche der (als flüssig gedachten) Erde ein langgestrecktes Rotationsellipsoid, dessen lange Achse zum Mond zeigt. Aufgrund der Gezeitenreibung ist diese Achse etwas aus der Richtung zum Mond verschoben, was zu einer nichtzentralen Zusatzkraft auf den Mond führt und Auswirkungen auf die Mondbahn und die Erdrotation hat. Die geometrische Amplitude ζ der Verschiebung der Oberfläche in vertikaler Richtung gegenüber der Kugelform kann berechnet werden. Laplace untersuchte dann das dynamische Problem, wobei er die hydrodynamischen Gleichungen für die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten u, v und die Gezeitenamplitude ζ aufstellte und löste.

G. Darwin untersuchte ab 1879 in einer Reihe von Arbeiten die mathematische Behandlung von Problemen der Gezeitenreibung und deren Einfluß auf die Mondbahn.

Es gibt sehr viele Beispiele für die Anwendung von Gezeitenproblemen und Gezeitenreibung im Sonnensystem und bei Doppelsternen, z.B.: a) gebundene Rotation bei Monden von Planeten, b) die merkwürdige Rotation des Merkur, bei dem die Rotationsfrequenz gleich $3/2$ der Bahnfrequenz ist, woraus sich ergibt, daß der synodische Tag so lange wie zwei Bahnumläufe dauert. Dies ist ein spezieller Fall von "Spin-Bahn-Kopplung", der zur Voraussetzung hat, daß für die Hauptträgheitsmomente A und B gilt: $A \neq B$ und daß die Bahnexzentrizität $e \neq 0$ ist (Goldreich und Peale 1968). Es handelt sich um stabile Librationen um Rotationsfrequenzen von pn (p halbganzzahlig, n =Kreiszfrequenz des Bahnumlaufs).

Bei engen Doppelsternen bewirken Gezeitenkräfte eine Deformation der Sterne, die in der Drehung der Apsidenlinie bei manchen Systemen beobachtbare Konsequenzen hat (Schwarzschild 1958). Außerdem wirkt die Gezeitenreibung hin zu einer Zirkularisierung der Bahn sowie zu einer Synchronisation der

Rotationsfrequenzen mit der Bahnfrequenz (Shu und Lubow 1980).

Im Fall eines elastischen oder fluiden Körpers gilt (siehe Abb. 2 nach Runcorn 1975) mit dem Winkel δ der Verschiebung des "Gezeitenberges" gegenüber der Verbindungslinie beider Körper für das Drehmoment das nach actio=reactio auf jeden der Körper wirkt,

$$M = 3kGM_M R^5 \sin 2\delta / (2a^6) \quad (1.2.)$$

Dabei bedeuten k die dimensionslose Love-Zahl $k = \Psi' / \Psi$ mit dem Gezeitenpotential Ψ und dem Zusatzpotential Ψ' durch die Deformation der Erde (für die Erde ist k etwa 0.30), G die Gravitationskonstante, M_M die Masse des Begleiters, R den Radius des Planeten, a die Bahnhalfachse und δ den oben definierten Verschiebungswinkel.

Für die Entwicklung eines Zweikörpersystems mit Gezeitenreibung ergeben sich folgende Möglichkeiten (Counselman 1973): die Bahnhalfachse verkleinert sich monoton bis zur Roche-Grenze (Divergenz von instabiler Synchronisation) oder das System geht über in einen stabilen Zustand der Synchronisation, bei dem dann die Halfachse asymptotisch gegen einen konstanten Wert konvergiert. Wovon hängt es ab, ob Synchronisation (Rotationsfrequenz des Planeten ω = Bahnumlauffrequenz des Mondes n) ein stabiler oder instabiler Zustand ist? Counselman zeigt, daß es für die dimensionslose Rotationsfrequenz $\Omega^* := \omega \sigma^{-1} k^{-3}$ einen Grenzwert gibt, unterhalb dessen Synchronisation ein stabiler Zustand ist und oberhalb dessen die Synchronisation instabil ist. Hierbei ist σ definiert durch $\sigma^2 = G\rho/3$, also die bekannte Frequenz, die nur eine Funktion der mittleren Dichte des Planeten ρ ist und k ein Massenfaktor, in den nur die Massen des Planeten und des Mondes eingehen. Es gilt nach Greenberg (1974):

$$k = ((1/r^2)(\mu/M))^{1/4} (1+m/M)^{1/6} \quad (1.3.)$$

wobei M = Masse des Planeten, m = Masse des Satelliten,

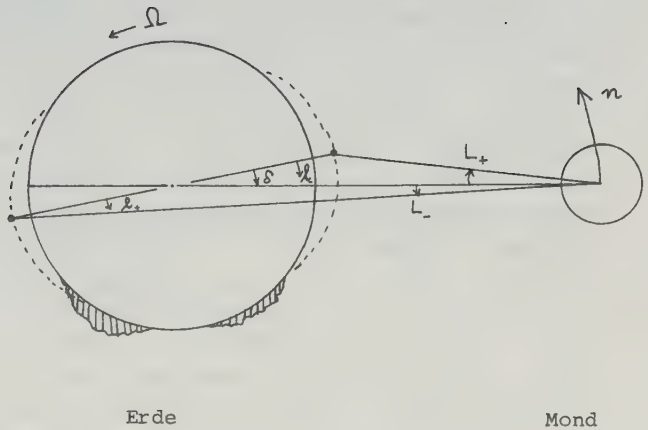


Abb. 2 (nach Rosenberg und Runcorn 1975)
Schematische Darstellung des "Gezeitenbergs" der Erde und von Drehmomenten durch die Gezeiten. Eingezeichnet ist der Verschiebungswinkel δ . Das Nettodrehmoment $(l_- - l_+)$ verlangsamt die Erdrotation, während $(L_+ - L_-)$ den Bahndrehimpuls der Mondbahn erhöht.

μ =reduzierte Masse= $mM/(M+m)$, r^2 =der dimensionslose Faktor in der Formel für das Trägheitsmoment $\Theta=r^2MR^2$ (R =Radius des Planeten), also rR =Trägheitsradius. Für eine Kugel mit homogener Massenverteilung ist $r^2=2/5$.

In Abb. 2 ist schematisch für die Erde der Phasenwinkel (in Wirklichkeit ca. 3 Grad) eingezeichnet sowie der "Gezeitenberg", der für eine überall flüssige Oberfläche nach der Gleichgewichtstide gelten würde. Es ist die Richtung der Drehmomente eingetragen: das auf die Erde wirkende verlangsamt die Erdrotation, das auf den Mond wirkende überträgt Bahndrehimpuls auf die Mondbahn und bewirkt, daß die Bahnhalbachse des Mondes zunimmt. Es ist auch schematisch an Hand einiger Gebirge und Ozeanbegrenzungen gezeigt, daß die Form der Meeresoberfläche kein ungestörtes Ellipsoid ist, sondern daß die Gestalt der Ozeanränder und die veränderliche Tiefe des Meeres in Betracht gezogen werden muß, wenn quantitative Berechnungen zur Gezeitenreibung der Meere angestellt werden sollen. Insbesondere hat der Verschiebungswinkel δ mehr eine gemittelte, also formale Bedeutung. Abb. 3 (nach Burns 1976) zeigt die zwei verschiedenen Möglichkeiten der Auswirkung der Gezeitenreibung durch einen Mond auf einen Planeten, abhängig davon, ob die Bahnfrequenz kleiner als die Rotationsfrequenz des Planeten ist oder umgekehrt. Im ersten Fall wandert der Mond nach außen (Beispiel: Erdmond), im zweiten nach innen (Beispiel: der Marsmond Phobos, wobei die Gezeiten des "festen" Planetenkörpers des Mars maßgeblich sind, denn der Mars hat keine Ozeane).

Nun folgen einige Worte zur Geschichte des Themas säkulare Akzeleration des Mondes (nach Gondolatsch 1953 und Brosche 1981). Die mittlere Länge des Mondes L in seiner Bahn ist definiert als $L = M + \omega + \Omega$ (M =mittlere Anomalie, ω =Argument des Perigäums, Ω =Länge des Knotens der Mondbahn). L wird als eines der fundamentalen Argumente einer Mondephemeride dargestellt durch eine lineare Funktion der Zeit plus einem quadratischen Term: $L = a + bT + cT^2$, mit Koeffizienten a, b, c , wobei T zunächst

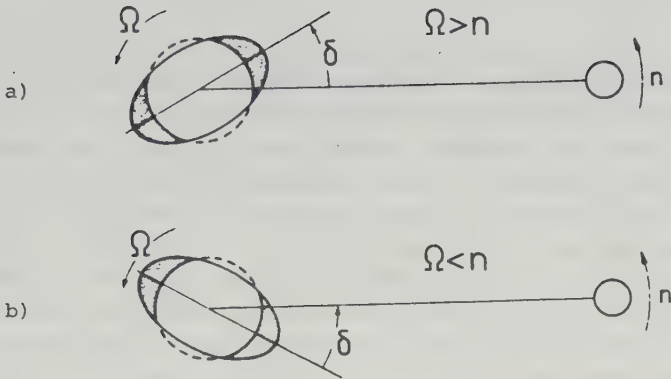


Abb. 3 (nach Burns 1976)

Effekte der Gezeitenreibung: a) vorangehender Gezeitenberg. Der zweite Körper verformt den Hauptkörper, der darunter rotiert. Der Satellit erhält Bahndrehimpuls und entfernt sich.

b) nachfolgender Gezeitenberg. Der Satellit wird durch die Gezeitenkräfte nach innen gezogen.

die universal time UT ist. Die Akzeleration des Mondes beträgt dann $2c$. Im Fall des Erdmondes setzt sich der Koeffizient c von T^2 aus zwei Anteilen zusammen: einem Anteil c_1 , der durch die Newtonsche Gravitationstheorie von Massenpunkten erklärt werden kann, wie gleich noch erläutert wird und einem Anteil m durch die Gezeitenreibung: $c=c_1+m$. Zur Formel für die mittlere Länge L kommen noch unregelmäßige Terme B dazu, die eine Funktion der Zeit sind und z.B. durch Mondbeobachtungen ermittelt werden können: $L=a+bT+cT^2+B(T)$. Man interpretiert B als Spiegelbild von Fluktuationen der Erdrotation. Ein Beweis dafür ist das Auftreten entsprechender Terme in den beobachteten Örtern von Venus, Merkur und Sonne bezogen auf UT.

Halley bemerkte 1695 an Beobachtungen von Sonnenfinsternissen zu drei Zeiten, nämlich antiken, arabischen und damaligen Beobachtungen eine scheinbare säkulare Akzeleration des Mondes seit der Antike, also die Existenz eines quadratischen Terms in L .

Tobias Mayer stellte als erster die Hypothese auf, daß ein Teil der säkularen Akzeleration des Mondes durch Verlangsamung der Erdrotation erklärt werden könne, also daß der Mond von der gebremsten Erde aus beschleunigt erscheint.

Ein erster Zahlenwert für den Koeffizienten wurde von Dunthorne 1749 angegeben. Unabhängig davon veröffentlichte Kant 1754 Überlegungen, daß die Gezeiten der Meere die Erdrotation bremsen sollten. Dieser Gedanke wurde von Wackerbarth 1867 wiederentdeckt.

Laplace bot 1787 eine himmelsmechanische Erklärung des quadratischen Terms an. Die reine Punktmechanik, also ohne Gezeitenreibung, führt zu dem ersten Anteil c_1 des Koeffizienten c . Laplace bewies, daß säkulare Terme in der Exzentrizität der Erdbahn sich in der Störungsrechnung für die Mondbahn so auswirken, daß sie eine säkulare Akzeleration der mittleren Länge L des Mondes hervorrufen (in Wirklichkeit periodisch mit sehr langer Periode). Er gab einen Koeffizienten von $10\frac{1}{4}/cy^2$ an. Der nächste Schritt in der Geschichte der Gezeitenreibung war die Aufstellung des Energiesatzes durch

J.R. Mayer 1848. Mayer überlegte sich außerdem, daß die Gezeitenreibung nicht nur die Erdrotation bremsen würde, sondern auch eine Auswirkung auf die Mondbahn hätte, daß die Halbachse der Mondbahn auf Grund der Erhaltung des Gesamtdrehimpulses zunehmen müsse. Entsprechend nimmt die mittlere tägliche Bewegung des Mondes ab, man hat also eine Verlangsamung. Trotzdem ergibt sich, von der gebremsten Erde aus gesehen, insgesamt eine scheinbare Akzeleration. 1859 berechnete Adams den Anteil c_1 , der ohne Gezeitenreibung durch die Störungen der großen Planeten erklärt werden kann, aus einer Reihenentwicklung für c_1 nach Potenzen von n_S/n_M . (n_S =mittlere tägliche Bewegung der Sonne, n_M =die des Mondes). Er erhielt ein Endergebnis von $5''.72/\text{cy}^2$. Ein neuerer Zahlenwert nach Brown (1919) ist $6''.01/\text{cy}^2$ wozu noch $1''.11/\text{cy}^2$ auf Grund der Präzession kommen. Im folgenden wird dieser himmelsmechanische Anteil immer außer Betracht gelassen; es wird nur der Effekt der Gezeitenreibung betrachtet. 1906 konnte Cowell aus Meridiankreisbeobachtungen der Sonne zeigen, daß die Bremsung der Erdrotation auch zu einer scheinbaren säkularen Akzeleration der Sonne führt, wobei der Koeffizient von T^2 etwa $1''.80/\text{cy}^2$ beträgt. Die Bestimmung dieses Koeffizienten s , sowie des auf der vorigen Seite eingeführten Koeffizienten m , weiterhin die Umrechnung dieser beiden Größen auf die säkulare Akzeleration des Mondes $\dot{h}$ bezüglich eines gleichförmigen Zeitmaßes und die Bestimmung der Fluktuationen $B(T)$ sind wichtige Aufgaben der Beobachtung. In der vorliegenden Arbeit wurde versucht, mit den Sonnenbeobachtungen von Hevelius eine Abweichung der ekliptikaln Länge der Sonne ΔL zu finden, die einer Zeitdifferenz ΔT entspricht. Mehrere Bestimmungen von ΔL könnten zur Ableitung eines Zahlenwerts für s dienen. Bei den Mondbeobachtungen wurde $\dot{h}$ aus einer modernen Ephemeride vorgegeben und ebenfalls eine Bestimmung von ΔT versucht. Die Ergebnisse wurden auch auf Variabilität, d.h. Fluktuationen in den Zeiträumen der Beobachtungen von 1652 bis 1679 bzw. 1658 bis 1679 geprüft, allerdings nicht mit gesicherten Ergebnissen, siehe Abschnitt 3.8.

Wie bestimmt man den Effekt der Gezeitenreibung der

Weltmeere? Bei ozeanografischen Rechnungen ergibt sich die gesuchte Energiedissipation durch Gezeitenreibung als kleine Differenz großer Zahlen. Die Pionierarbeiten auf diesem Gebiet stammen von Taylor 1918, Jeffreys 1920, Heiskanen 1921 und Lambert 1928. Man nimmt an, daß die Gezeitenreibung in den flachen Randmeeren den weitaus größten Anteil liefert, weil dort die Geschwindigkeiten und daher auch die Reibungskraft am größten sind. Mit den Beobachtungsdaten über Gezeiten, z.B. Gezeitenamplituden von Häfen und Inseln als Randbedingung stellt sich für die numerische Berechnung das Problem, die Gleichungen der Hydrodynamik mit Corioliskräften, Gezeitenbeschleunigung plus Bodenreibung zu lösen. Es handelt sich dabei um eine Art von gedämpften erzwungenen Schwingungen, wobei sich die Weltmeere in der Gegenwart in einer Art Resonanzsituation befinden. Dies ist natürlich abhängig von der Form der Ozeanbecken und der jeweiligen Rotationsfrequenz der Erde sowie davon, welche Partialtide betrachtet wird.

Für die Bodenreibungskraft wird angenommen, daß ihr Betrag proportional ist zum Quadrat der Geschwindigkeit und umgekehrt proportional zu $(h+\zeta)$, wobei h die Meerestiefe und ζ die Gezeitenamplitude bedeutet. Man bezeichnet die Vorgänge in den flachen Randmeeren als turbulente Randschichten. Das Drehmoment durch die Gezeitenreibung ergibt sich durch Integration von

$$\iint \rho R \cos \varphi \zeta K_{\lambda} dt dF$$

über eine Periode und die Fläche der Ozeane, mit ρ =Dichte des Wassers, R =Erdradius, φ =geografische Breite, K_{λ} =Kraftkomponente in östlicher Richtung. Der Betrag der Energiedissipation durch die Gezeitenreibung kann auch nach der sogenannten Arbeitsmethode berechnet werden (Lambeck 1977), die die Energiegleichung pro Flächeneinheit anwendet. Beide Methoden liefern vergleichbare Ergebnisse; für den mittleren Betrag der Energiedissipation

$$dE/dt = (-4.22 \pm 0.45) \cdot 10^{19} \text{ erg/sec} \quad \text{nach Lambeck (1977)}$$

und für den Betrag des Drehmoments $\approx 5 \cdot 10^{16}$ NewtonMeter (Nm).

Die Dissipation im "festen" Erdkörper durch Gezeitenreibung beträgt größenordnungsmäßig etwa ein Zehntel davon. Früher spielte in den Überlegungen das solare thermische Drehmoment eine große Rolle, ein Effekt durch die tägliche Erwärmung der Erdatmosphäre durch die Sonneneinstrahlung, der beschleunigend auf die Erdrotation wirkt, weil er eine Wärmekraftmaschine darstellt. Man vermutete, daß sich dieser Mechanismus in der Nähe einer Resonanz befindet und die Bremsung durch die Gezeitenreibung der Meere gerade aufhebt (Kelvin, Holmberg; s. Spencer Jones 1956, S. 6ff). Heute nimmt man aber an, daß dies nur einen sehr kleinen Effekt ausmacht (Brosche 1981, S. 92).

Die Entwicklung des Systems Erde-Mond bzw. Erde-Mond-Sonne über Jahrmilliarden ist der Inhalt von etwa 20 publizierten Langzeitintegrationen seit G. Darwin. Die meisten dieser Arbeiten kommen zu dem Ergebnis, daß schon 1-2 Milliarden Jahre in der Vergangenheit der Mond sehr nahe an der Erde gewesen sei, näher als die Rochegrenze. Man spricht vom "Gerstenkorn-Ereignis". Es soll noch erwähnt werden, daß ein Zweikörperproblem mit Gezeitenreibung mit punktförmigem Mond und Rotationsachse des Planeten parallel zur Bahnnormalen, konstantem Verschiebungswinkel, sowie Bewegung auf einer Kreisbahn analytisch integrierbar ist (Munk 1968). In diesem Fall hat man für den Bahnradius $r(t)$ die Differentialgleichung $dr/dt = \text{const.} \cdot r^{-5.5}$. nach Munk (1968) (1.4.)

Die folgende Tabelle (1.1.) (nach Hansen 1982 und ergänzt um Mignard (1980) und Conway (1982)) gibt einen Überblick über einige Langzeitintegrationen. In der Tabelle ist angegeben, ob die Mondbahn als Kreisbahn oder Ellipse (mit zeitabhängiger Exzentrizität) behandelt wurde, ob von den Gezeiten nur die des Mondes oder auch die der Sonne in Rechnung gestellt wurde, und welche Annahme über die Phasenverschiebung δ des Gezeitenbergs relativ zur Verbindungslinie gemacht wurden, ob z.B. δ proportional ist der Frequenz der Partialtide (Teilgezeit) ω_j

wie bei G. Darwin, was einem viskoelastischen Körper entspricht, ob δ konstant ist oder ob ein anderer Ansatz gemacht wurde. In der Tabelle ist auch eingetragen, vor wieviel Milliarden Jahren der Mond sehr nahe an die Erde kam und der zugehörige Abstand in Erdradien.

Tabelle 1.1. Langzeitintegrationen des Systems Erde-Mond.

Autor	Bahn	Gezeiten	Phase	$r_{\min}$	$t_{\min}$
Darwin (1879, 1880)	E	M,S	$a\omega_j$		
Darwin (1880)	E	M	"		
Moulton (1909)	E	M,S	"	>2.3	
Gerstenkorn (1955)	K	M,S	"	2.86	2.5
Slichter (1963)	K	M	$a\Omega$	2.3	1.4
			b	2.3	1.8
			c/Ω	2.3	2.3
MacDonald (1964)	E	M,S	a	2.72	1.79
Kaula (1964)	E	M	a		
Sorokin (1965)	K	M	$a+bt$	2.4	3.9
MacDonald (1966)	K	M	$a\Omega$	3	1.2
Goldreich (1966)	K	M,S	a	<3	
Lambeck (1977)	E	M,S	a_j	<10	1.7
Ergänzung zu Hansen's Tabelle:					
Mignard (1980)	E	M,S	$\Delta t\omega_j$	3	
Hansen (1982)	K	M	Meeresgezeiten		
Conway (1982)	E	M,S	konstante Zeitverzögerung τ		
				2.42	1.42

Die Parameter a , b , c bedeuten Konstanten; Ω ist die Rotationsfrequenz der Erde, ω_j die Frequenz einer Partialtide der Gezeiten. K=Kreisbahn, E=Ellipsenbahn; M=Gezeiten durch den Mond, S=Gezeiten durch die Sonne; $r_{\min}$ =minimaler Abstand in Erdradien, zur Zeit $t_{\min}$ in Milliarden Jahren vor der Gegenwart.

Die mechanischen Grundgleichungen solcher Systeme sind einfach hinzuschreiben, und das Problem kann numerisch gelöst werden, wenn die in Gleichung (1.2.) definierten Größen Verschiebungswinkel δ und die Love-Zahl k für alle Zeiten bekannt sind. Als Beispiel sollen die Gleichungen für zwei Körper (Erde und Mond) für eine Kreisbahn angegeben werden:

Unter der Annahme, daß das Hauptträgheitsmoment C der Erde zeitlich konstant ist, gilt:

Gesamtdrehimpulserhaltung:

$$C\omega + M_{\text{red}}na^2 = \text{konst.} = \underline{H_0} \quad (1.5.)$$

mit dem Winkelgeschwindigkeitsvektor ω der Erde, der reduzierten Masse M_{red} , dem Winkelgeschwindigkeitsvektor n der Bahn, dem Gesamtdrehimpulsvektor $\underline{H_0}$ (unterstrichene Größen sind Vektoren) und der großen Bahnhalbachse a .

Die zeitliche Ableitung davon ist die Momentengleichung:

$$d(M_{\text{red}}na^2)/dt = \underline{M} = -C d\omega/dt; \quad (1.6.)$$

Instantan gilt das dritte Keplersche Gesetz $n^2a^3 = G(M+m) = \mu$;

Die mechanische Energie des Systems ist gegeben durch:

$$E_{\text{mech}} = 1/2 * (C\omega^2 - \mu M_{\text{red}}/a) \quad (1.7.)$$

Schließlich gilt für die Änderungsrate der mechanische Energie:

$$dE_{\text{mech}}/dt = -\underline{M}(\omega - n); \quad (1.8.)$$

In den in Tabelle 1.1. genannten Arbeiten wird über tägliche und monatliche Variation zeitlich gemittelt. $\underline{H_0}$ bleibt raumfest. Die drei Vektoren $\underline{H_0}, \omega, n$ liegen nach Gleichung (1.5.) in einer Ebene, so daß 2 Winkel ihre gegenseitige Lage beschreiben.

Hansen (1982) führte eine schematische Integration der Gezeiten auf einer Erde mit einer Kalotte Land, darum ein Streifen flaches Meer und der Rest Ozean durch. Er kam zu dem Ergebnis, daß die Resonanzsituation der Gezeiten in der Vergangenheit bei weitem nicht so ausgeprägt bestanden habe, und daß der Mond nie näher als 225000 km an der Erde gewesen sei, was für die Hypothese des "Doppelplaneten Erde-Mond" (binary accretion) spricht. Brosche und Hövel (1982) fanden bei ozeanografischen Rechnungen eine Veränderung des Drehmoments durch die Gezeiten um einen Faktor 2 in 30 Millionen Jahren, wenn eine Verschiebung der Kontinente berücksichtigt wird.

Zu den Endzuständen von Gezeitenreibungsproblemen ist zu sagen: Im Fall von nur zwei Körpern (Erde und Mond) würde sich ausgehend vom gegenwärtigen Zustand der Mond entfernen bis Erdrotationsdauer und Mondumlaufzeit gleich lang sind (etwa 88 heutige Tage). Wird auch noch der Einfluß der Sonne in Betracht gezogen, dann ergibt sich nach Goldreich (1966), daß sich der Mond zunächst bis etwa 75 Erdradien entfernt, dann aber auf Grund des Drehmomentes durch die Sonne wieder nach innen spiralt und nach einigen Milliarden Jahren auf die Erde stürzen wird.

Soviel sei zur Entwicklung der Erdotation über sehr lange Zeiträume gesagt. Diese Arbeit soll einen Beitrag dazu liefern, die Schwankungen des Zeitmaßes $\Delta T(T)$ rückwärts zu verfolgen.

2. Die unregelmäßige Erdrotation und ihr Bezug zur Zeitmessung. Die Definition von Zeitskalen.

Lange Zeit galt die Erdrotation als das genaueste Maß zur Zeitmessung. Aber ihre Periode ist nicht streng konstant. Es gilt also $\omega = \omega(T)$, und zwar

a) durch säkulare Abnahme von ω , von der man vermutet, daß sie größtenteils durch Gezeitenreibung verursacht ist. Es gibt aber nach der Analyse von Stephenson und Morrison (1984) Hinweise für einen nicht durch Gezeiten bedingten Beitrag, da der Verlauf der Funktion $\Delta T(T)$ nach diesen Autoren über Jahrtausende nicht als eine einzige Parabel mit konstanter Krümmung darstellbar ist.

b) durch unregelmäßige Veränderungen, sogenannte Fluktuationen, mit Zeitskalen von einigen Jahrzehnten; man nimmt an, daß sie geophysikalisch erklärbar sind durch Wechselwirkung zwischen Erdkern und Erdmantel, sei es nun durch viskose, elektromagnetische oder topografische Kopplung. Ein Hinweis dazu ist die Westdrift des Erdmagnetfeldes. In der geophysikalischen Literatur (z.B. Le Mouel et al. (1981)) wird untersucht, ob der Verlauf der Drift mit den Fluktuationen der Erdrotation korreliert ist, wobei eine solche Korrelation etwa 300 Jahre weit zurückverfolgt werden konnte. Weitere denkbare Möglichkeiten sind Kontraktion oder Expansion der Erde, die bewirken würden, daß das Hauptträgheitsmoment C nicht konstant wäre, oder Veränderungen des Meeresspiegels, z.B. durch Abschmelzen der Polkappen, sowie eventuell eine Veränderlichkeit der Gravitationskonstante G . Eine alte Hypothese (Ramsey, Urey, Runcorn, Lyttleton) ist die Vermutung, daß der Erdkern langsam wächst. Diese Kernbildung würde zu einem $dC/dt < 0$ führen. Es soll noch erwähnt werden, daß auch bei einer rein säkularen Änderung von $\omega(T)$ $dC/dt \neq 0$ ist, wenn sich

nämlich die Gestalt der Erde hydrostatisch an das jeweilige $\omega(T)$ anpaßt.

c) gibt es periodische Veränderungen der Erddrotation mit Perioden von 0.5 und 1 Jahr, möglicherweise auch 2 Jahren, von denen man jetzt sicher zeigen kann, daß ihre Ursachen zumindest zum allergrößten Teil die zonalen Winde in der Erdatmosphäre sind (Hide et al. 1980).

Über das Thema Erddrotation informieren die Monographien von Munk und MacDonald (¹1960, ²1975), Lambeck (1980), sowie der neue Landolt-Börnstein Band über Geophysik (1984) (Fuchs und Soffel, Hrsg.) und der Beitrag von Enslin über astronomische Zeitbestimmung im Landolt-Börnstein Astronomie 2a (1981) (Schaifers und Voigt, Hrsg.). Wahr (1986) z.B. beschreibt die modernsten Verfahren der letzten Jahre zur Bestimmung der Rotationsparameter der Erde (Laserlaufzeitmessungen, Radiointerferometrie.)

Die Erddrotation definiert die Zeitskalen der Sternzeit und der Universal Time UT. Die Rotationsphase der Erde relativ zu Sternen liefert letztlich GMST (Greenwich mean sidereal time): Durch Beobachtungen z.B. mit einem Zenitteleskop erhält man die wahre Ortssternzeit, die dann (nach Anbringung der Nutation in Rektaszension und der geografischen Länge, sowie Korrektur für die Polhöfenschwankungen) zu GMST führt. Die UT, die eine möglichst genaue Approximation von mittlerer Sonnenzeit sein soll, wird seit Newcomb (1895) und geändert ab 1984 (Aoki et al. 1982) definiert durch eine Gleichung, die ihren Zusammenhang mit GMST eindeutig festlegt, d.h. UT (genauer UT1, eine von Polhöfenschwankungen befreite UT) ist eine eindeutige Funktion von GMST (GMST ist definiert als Polynom von UT1).

Ein weiterer wichtiger Begriff ist die Ephemeridenzeit ET (dieser Begriff wird seit 1984 nicht mehr verwendet; an seine Stelle tritt "terrestrial dynamical time" TDT:=TAI+32^s184, wobei TAI=Atomzeit, bzw. "barycentric dynamical time" TDB). Die Atomzeit TAI hat man für Zeitbestimmungen seit 1955.5 zur Verfügung. TDT liefert das Zeitmaß für eine scheinbare geozentrische Ephemeride (Eigenzeit der Erde), TDB die Einheit

der Zeit in relativistischen Bewegungsgleichungen bezogen auf den Schwerpunkt des Sonnensystems (Koordinatenzeit).

Unter ET versteht man das unabhängige Argument einer Ephemeride, z.B. des Mondes. ET muß z.B. aus Mondbeobachtungen nachträglich ermittelt werden. Sie stellt eine möglichst gute Annäherung an die Vorstellung einer Inertialzeit dar, welche in der Newtonschen Mechanik die unabhängige Variable der Bewegungsgleichungen ist, bzw. an entsprechende allgemeinrelativistische Begriffsbildungen TDT und TDB.

Weil die Erdrotationsfrequenz variabel ist, können UT und ET nicht ständig übereinstimmen, auch wenn sie zu einem bestimmten Zeitpunkt in Uhrstand und Gang identisch sind, d.h. es gibt für andere Zeiten eine Differenz $ET-UT \neq 0$, die dazu führt, daß Planetenbeobachtungen zu einem Zeitpunkt, dessen UT bekannt ist, nicht mit den Örtern in Ephemeriden, die sich auf ET beziehen, übereinstimmen. Man wird also bei der Auswertung von Beobachtungen durch dieses $\Delta T = ET - UT$ zusätzlich zu den Meßfehlern Differenzen Beobachtung-Theorie O-C erhalten. Nun gilt für einen Körper, der sich mit der mittleren täglichen Bewegung (Kreisfrequenz) n_i bewegt, daß sich in dem Zeitintervall ΔT die mittlere Länge um $\Delta L_i = n_i \cdot \Delta T$ ändert, also für die schnelleren Körper mehr als für langsamere, am meisten für den Mond. Man kann zur Kontrolle, ob sich die ΔL_i proportional zu den n_i verhalten, die Beobachtungen von Sonne, Merkur und Venus heranziehen; siehe Spencer Jones (1939). Für den Fall der Sonne, der in dieser Arbeit interessiert, gilt

$$\Delta T(\text{sec}) = 365.2422/15 \quad \Delta L(^{\circ}) = 24.35 \quad \Delta L(^{\circ}). \quad (2.1.)$$

Aus Beobachtungen eines Körpers allein ist die Trennung von säkularem Anteil von ΔT und Fluktuationen nicht eindeutig; man ermittelt den besten Wert des säkularen Anteils indem man im O-C Diagramm eine Parabel durchlegt. Beim Vergleich mehrerer Körper, z.B. Mond und Merkur, können die Fluktuationen durch eine geeigneten Linearkombination eliminiert werden.

Stumpff und Lieske (1984) betonen, daß jede Ephemeride mit ihrem System von Planetenmassen und ihrem Zahlenwert der säkularen Akzeleration $\dot{h}$ streng genommen ein eigenes System von

ET definiert. Sie verglichen die Ephemeride DE 102 (s. Abschnitt 3.3.) mit Herget's Sonnentafeln für 1800-2000 (Herget 1953), die auf Newcomb's Theorie der Sonnenbahn basieren. In ihrer Gleichung (51) geben sie eine Umrechnung dieser zwei Systeme von ET:

$$ET_{DE\ 102} - ET_{Herget} = -8^s 01 + 1^s 12 T - 0^s 97 T^2. \quad (2.2.)$$

Diese Differenz ist in Abb. 4 aufgetragen. Werden Bestimmungen von ΔT für DE 102 mit solchen für Newcomb's Sonnenephemeride verglichen, so ist an diese Gleichung zu denken.

Die Größen m und s , die nun besprochen werden sollen, sind die Koeffizienten von T^2 in den mittleren Längen von Mond und Sonne. Die Akzelerationen sind dann $2m$ und $2s$. m bezieht sich auf Beobachtungen von der variabel rotierenden Erde aus gesehen, d.h. es enthält sowohl Anteile der Veränderlichkeit der Mondbahn (darauf bezieht sich $\dot{h} = dn/dt$, s.u.), als auch der Bremsung der Erdrotation (die sich in s spiegelt). Wenn man nur die Mondbahn allein in einem Inertialsystem betrachtet, bezogen auf ET, ist der Koeffizient von T^2 dort $\dot{h}/2$, so daß

$$L_M = L_0 + nT + 1/2 \dot{h} T^2.$$

Nun gilt die folgende wichtige Beziehung zwischen $\dot{h}$, m und s : (Stephenson 1978)

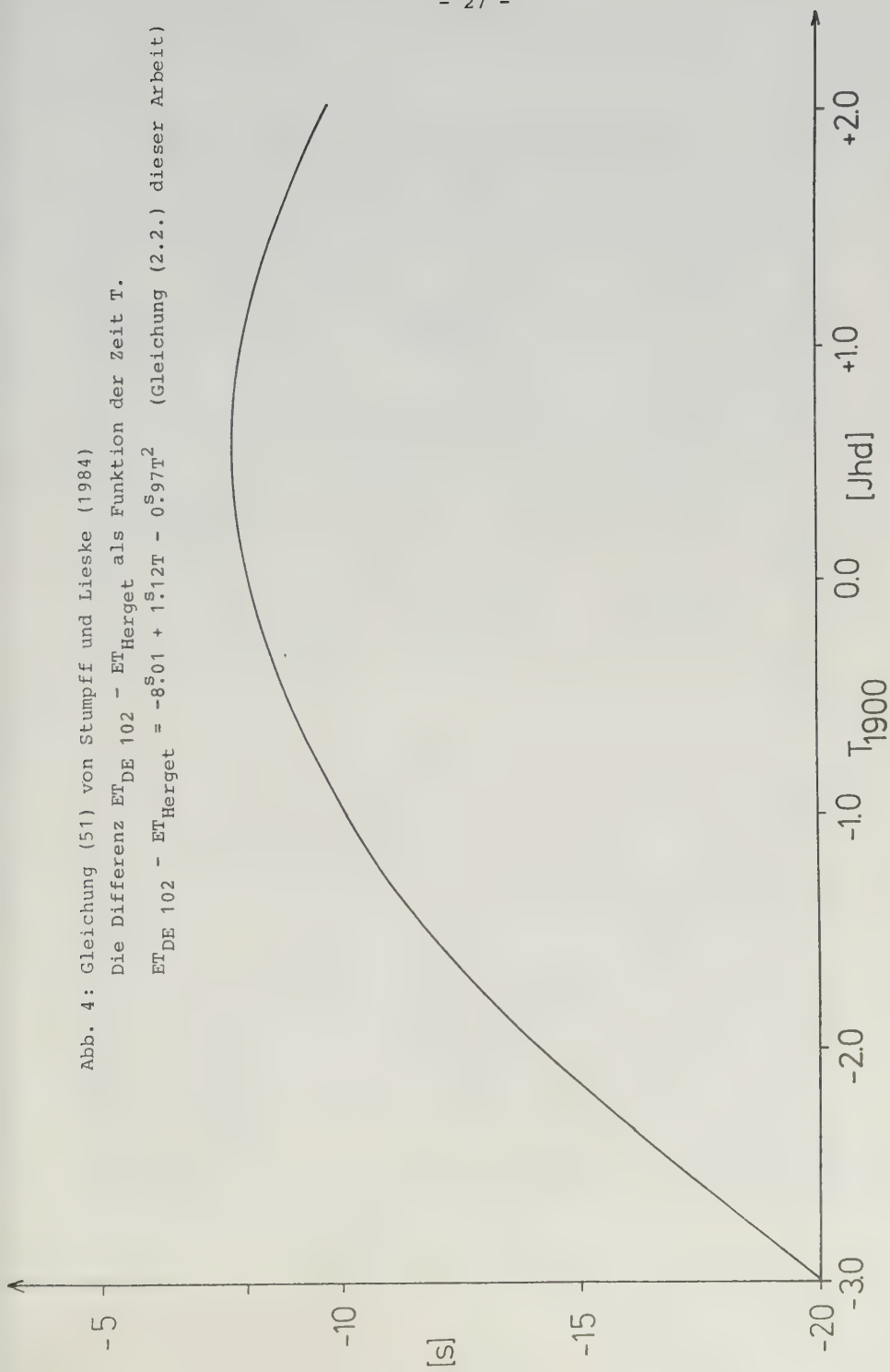
$$\dot{h} = 2(m - sn_M/n_S) < 0 \quad (2.3.)$$

Dabei ist $n_M/n_S = 13.37$ der Quotient der mittleren täglichen Bewegungen des Mondes und der Sonne. Man kann diese Gleichung als eine Beziehung zwischen Winkelgeschwindigkeiten auffassen. s wird durch die variable Erdrotation bewirkt, $\dot{h}$ beschreibt die Änderung der Mondbahn in einem Inertialsystem und m ist eine Kombination von beidem, von der gebremsten Erde aus gesehen.

Abb. 4: Gleichung (51) von Stumpff und Lieske (1984)

Die Differenz $ET_{DE\ 102} - ET_{Hergert}$ als Funktion der Zeit T.

$$ET_{DE\ 102} - ET_{Hergert} = -8^s.01 + 1^s.12T - 0^s.97T^2 \quad (\text{Gleichung (2.2.) dieser Arbeit})$$



Veröffentlichte Bestimmungen von ΔT und $\dot{h}$

Nun wird ein kurzer Überblick über die Methoden gegeben, ΔT aus Beobachtungen zu ermitteln. Am Mond können Sternbedeckungen oder Meridiankreisbeobachtungen verwendet werden, seit 1969 auch "lunar laser ranging" (LLR), Entfernungsmessung durch Bestimmung der Laufzeit von Laserpulsen. Diese Beobachtungen werden in Atomzeit TA registriert und sind deshalb unabhängig von ΔT .

Auswertungen von Sternbedeckungen geben u.a. Martin (1969) (s. a. Abschnitt 4.1. und 5.) und Morrison (1979). In der letzteren Arbeit konnte der Zahlenwert von $\dot{h}$ nicht mit Sicherheit verbessert werden. Van Flandern (1981) versuchte, eine Änderung der Gravitationskonstante dG/dt aus Sternbedeckungsbeobachtungen zu ermitteln. Er erhielt ein marginales Ergebnis. Die LLR-Beobachtungen ergeben (Williams et al. 1978) für $\dot{h}=(-23''8 \pm 4''0)/\text{cy}^2$. Die Theorie liefert die aus Gleichung (1.2.) für das Drehmoment M folgende Formel (Williams et al. 1978)

$$\dot{h} = -9(k_2 \delta) n^2 m / M^* (R/a)^5 (1 + 27/2 e^2) \cos(i_E) \quad (2.4.)$$

wobei i_E = Neigung der Mondbahn zum Erdäquator, M die Masse der Erde und e die Exzentrizität der Mondbahn sind. Die übrigen Größen haben die gleiche Bedeutung wie in Gleichung (1.2.).

Aus dem obigen Zahlenwert für $\dot{h}$ folgt für das Produkt $(k_2 \delta)$ aus Love-Zahl und Drehwinkel $k_2 \delta = 0.0122 \pm 0.0021$ rad.

Für $k_2 \approx 0.30$ wird $\delta \approx 0.041$ rad $\approx 2.35^\circ$.

Beobachtungen von Sonne, Merkur und Venus sind eine weitere Möglichkeit, ΔT zu ermitteln. In Frage kommen zunächst für die Sonne: Sonnenfinsternisbeobachtungen z.B. aus der Antike, alte Sonnenbeobachtungen z.B. Meridianhöhen die von Al-Biruni um das Jahr 1000 gemessen wurden (Newton 1972) oder etwa die Messungen von Regiomontanus und Walther 1472-1504 (Newton (1982), Kremer (1983)). In der Untersuchung von Newton (1982) ergab sich der mittlere Fehler für ΔT etwa so groß wie der Betrag des Ergebnisses für ΔT : $\Delta T = (+727 \pm 1300)^s$. Tupman (1900) verglich die

Beobachtungen von Tycho Brahe und die wenigen Sonnenbeobachtungen von Hevelius in Annus Climactericus mit den Sonnentafeln von Leverrier, wobei sich ergab, daß Tycho's Beobachtungen mit Leverrier's mittleren Längen der Sonne übereinstimmen. Weiterhin gibt es Meridiankreisbeobachtungen der Sonne (Spencer Jones (1939), sowie neuere Arbeiten, z.B. Hughes und Scott (1982)) und den Vergleich von Sonnentafeln (Goldstein (1982,1985), Wittmann (1983)). Wittmann (1984) verwendete Beobachtungen von Hevelius zur Bestimmung der Schiefe der Ekliptik $\epsilon(T)$. Die genannte Arbeit von Spencer Jones (1939) enthält einen Vergleich von Sonne, Merkur, Venus und Mond. Sie stützt sich auf Messungen von Rektaszensionen und Deklinationen mit Meridiankreisen und Beobachtungen von Merkurdurchgängen vor der Sonne. Auf die Merkurdurchgänge, von denen etwa 14 pro Jahrhundert stattfinden, bezieht sich auch die Arbeit von Morrison und Ward (1975).

Brown (1914) und Spencer Jones (1939) konnten zeigen, daß sich die Fluktuationen der Erdrotation wie erwartet in den Beobachtungen von Sonne, Merkur und Venus auswirken. Für Merkur z.B. bedeutet dies, daß gilt:

$$\Delta L_{\text{Merkur}} = a_1 + b_1 T + n_{\text{Merkur}}/n_{\text{Sonne}} s T^2 + n_{\text{Merkur}}/n_{\text{Mond}} B(T) \quad (2.5.)$$

wo s der oben definierte Koeffizient von T^2 im Ausdruck für die mittlere Länge der Sonne ist, und B die Fluktuationen in der Länge des Mondes bedeutet.

Zur Veranschaulichung der Fluktuationen der Mondbewegung dient Abb. 5 nach Spencer Jones (1956). Die Abb. zeigt die Fluktuationen B als Funktion der Zeit. Die durchgehende Linie bezieht sich auf Mondbeobachtungen, die einzelnen Symbole auf Merkurdurchgänge bzw. Messungen der Deklination der Sonne. Gezeigt ist also die Abweichung B der mittleren Länge L des Mondes gegenüber einem quadratischen Polynom für $L(T)$ nach der Methode der kleinsten Quadrate. Man vermutete lange Zeit einen sinusartigen Verlauf mit etwa 300 Jahren Periode ("great empirical term"), doch zeigten sich nach 1900 kürzerfristige Schwankungen. Diese Abb. gibt für die Zeit von Hevelius (um

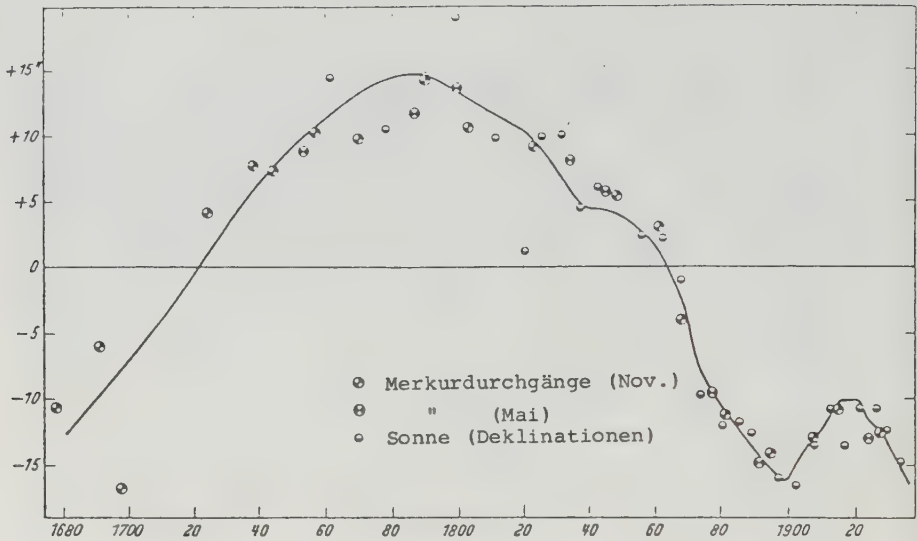


Abb. 5 (nach Spencer Jones 1956)
Fluktuationen in der mittleren Länge des Mondes (durchgehende Kurve) und nach Beobachtungen von Merkurdurchgängen und der Deklination der Sonne (1680 bis 1940).

1680) eine negative Abweichung $B(T) \approx -12''$.

Der oben definierte Koeffizient m enthält sowohl Änderungen der Bahnelemente der Mondbahn (Halbachse a entsprechend $\dot{a}$, ferner Exzentrizität e , Neigung i) als auch der Rotationsdauer der Erde. m und s müssen im Prinzip unabhängig bestimmt werden, denn das 3. Keplergesetz gilt nicht streng wie Hipkin (1975) besonders betont hat. Es müssen der Einfluß der Sonne, die Möglichkeit $dC/dt \neq 0$ und Drehimpulsaustausch zwischen Erdkern und Mantel in Betracht gezogen werden (d.h., daß die Erde kein starrer Körper ist). Hinzu kommt, daß der Quotient des Drehmoments, das von der Sonne verursacht wird, zu dem durch den Mond nicht einfach zu berechnen ist. Der Ansatz, daß er sich wie der Quotient der Gezeitenpotentiale verhält, ist nur eine grobe Näherung, da die Meeresgezeiten ein nichtlinearer Vorgang sind. Als Beispiel von Zahlenwerten für $m, s, \dot{a}$ seien die Werte nach de Sitter (1927) gegeben:

$$m = (+5''22 \pm 0''30) / \text{cy}^2$$

$$s = (+1''80 \pm 0''16) / \text{cy}^2$$

$$\dot{a} = (-37''6 \pm 4''1) / \text{cy}^2$$

Neuere Zahlenwerte für $\dot{a}$ (in $''/\text{cy}^2$) gibt folgende Übersicht:

Tabelle 2.1. Zahlenwerte für $\dot{a}$

Newton (1968)	-20.1 ± 2.6	aus Satellitenbahnen
(1969)	-42.3 ± 6.1	mittelalterliche Finsternisse
(1969)	-41.6 ± 4.3	antike Finsternisse
Muller und Stephenson (1975)	-37.5 ± 5.0	antike Finsternisse
Muller (1976)	-30.0 ± 3.0	antike Finsternisse
Spencer Jones (1939)	-22.4 ± 1.1	Meridiankreisbeobachtungen
Van Flandern (1970)	-52.0 ± 16.	Sternbedeckungen
(1975)	-65.0 ± 10.	"
(1976)	-35.0 ± 5.0	"
Oesterwinter und Cohen (1972)	-38 ± 8	Meridiankreisbeob.
Morrison und Ward (1975)	-26.0 ± 2.0	Merkurdurchgänge
Lambeck (1975)	-35.0 ± 4.0	ozeanogr. Rechnung
Dickey und Williams (1982)	-25.1 ± 1.3	"lunar laser ranging"
JPL-Ephemeride LE 200:	-23.808	
Krasinsky et al. (1985)	-22.9 ± 0.8	Vergleich mit ITA

-22.2±0.8 Vergleich mit BDL

Bei der letztgenannten Arbeit wurden Sonnenfinsternisse, Sternbedeckungen und Meridiankreisbeobachtungen des Mondes mit Theorien des Instituts für theoretische Astronomie (ITA), Leningrad, bzw. des Bureau des Longitudes (BDL), Paris, verglichen.

Es gelten folgende Umrechnungen:

zwischen s und $(d\omega/dt)/\omega$:

$$(d\omega/dt)/\omega = -15.4 \cdot 10^{-9} \quad s = -3 \cdot 10^{-8} / \text{cy}; \quad (2.6.)$$

zwischen dd/dt , der Änderungsrate der Tageslänge d und s :

$$dd/dt = 1.33 \quad s = 2 \text{ msec/cy}.$$

Dabei wird s als konstanter Koeffizient angesehen.

Stellt man den säkularen Verlauf von ΔT durch ein quadratisches Polynom in T

$\Delta T = ET - UT = a + bT - 1/2 \dot{a} T^2$ dar, dann ist der Koeffizient

$$\dot{a} = -2 \cdot 24.35 \quad s = -48.7 \quad s.$$

Nun soll diskutiert werden, ob die antiken astronomischen Beobachtungen, die zur Bestimmung des Zeitmaßes herangezogen werden können, mit den modernen Beobachtungen übereinstimmen, d.h. ob ein Zahlenwert von $\dot{a}$ beide Gruppen von Beobachtungen erklären kann. Dazu ist zu sagen, daß antike Sonnenfinsternisse außer von $\dot{a}$ auch von $d\Omega_M/dt$, der zeitlichen Änderung der Knotenlänge der Mondbahn abhängen, so daß beide Größen ermittelt werden können und müssen. Lambeck (1980) gibt S. 316 in table 10.7 elf verschiedene Ergebnisse für $\dot{a}$ und $d\omega/dt$, der Änderungsrate der Rotationsfrequenz der Erdrotation, aus antiken astronomischen Beobachtungen. In Tabelle 2.1. (s.o.) sind drei Werte für antike Beobachtungen enthalten. Die meisten dieser Ergebnisse sind stärker negativ als die $-26''/cy^2$, die bei DE 102 verwendet wurden. S. 318 nennt Lambeck als den besten Zahlenwert für $\dot{a}$ $(-28 \pm 2)''/cy^2$.

Abb. 6a) Einzelne Meßpunkte für ΔT nach Stephenson und Morrison (1984). Die beiden Zeichnungen haben verschiedenen Maßstab der Ordinate.

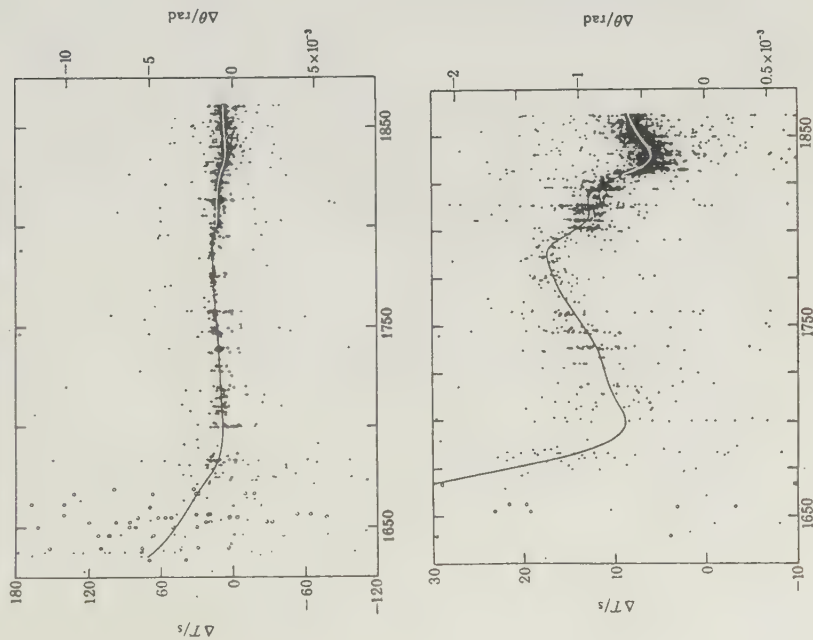
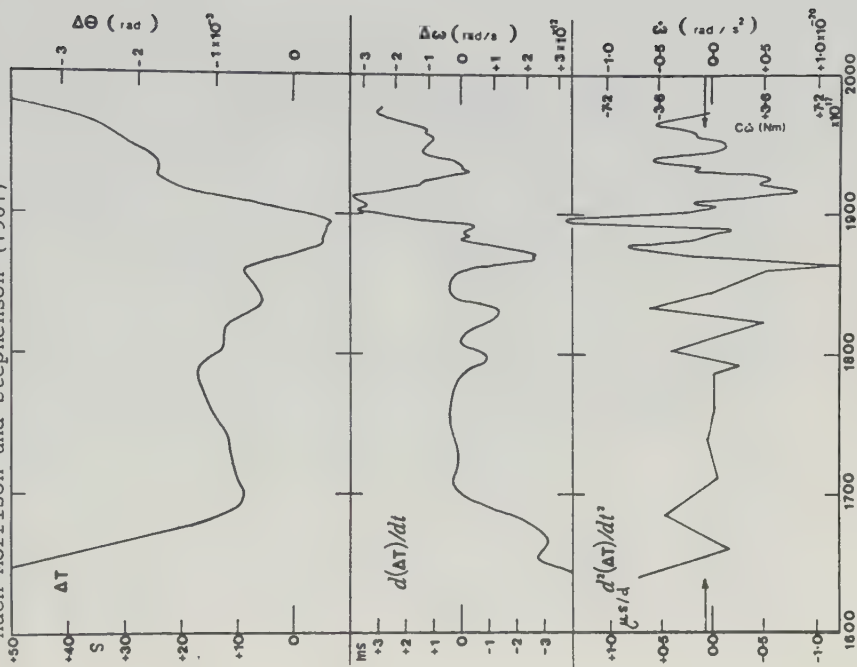


Abb. 6b) Kurve von ΔT als Funktion der Zeit und ihre ersten beiden Ableitungen nach Morrison und Stephenson (1981)



Ein Beispiel für einen Graph von ΔT gegen T ist das in Abb. 6a widergegebene Diagramm einzelner Meßpunkte von Stephenson und Morrison (1984). Die beiden Zeichnungen zeigen für verschiedene Maßstäbe der Ordinaten Werte von ΔT zwischen 1620 und 1860, die bestimmt wurden aus einzelnen Sternbedeckungen (Kreuze) und äußeren Kontakten von Sonnenfinsternissen (offene Kreise). $\Delta\theta$ ist der Winkel, um den die Erde in ΔT rotiert. Abb. 6b nach Morrison und Stephenson (1981) zeigt eine geglättete ΔT -Kurve und ihre ersten beiden Ableitungen nach der Zeit, hauptsächlich bestimmt aus Sternbedeckungen durch den Mond. Abszisse ist die Zeit T . Die Ordinaten am linken Bildrand geben an: ΔT ; den Überschuß der Tageslänge in ms; die Änderungsrate der Tageslänge in $\mu\text{s/d}$. Die Ordinaten am rechten Bildrand bedeuten: die Rotationsphase $\Delta\theta$; die Änderung der Kreisfrequenz der Rotation $\Delta\omega$ in 10^{-12} rad/s; die Zeitableitung $d\omega/dt$ in 10^{-20} rad/s² sowie das Drehmoment auf den Erdmantel $Cd\omega/dt$ in 10^{17} Nm. Als Beispiel weiterer Beobachtungsdaten für ΔT seien noch entsprechende Graphen für Merkurdurchgänge von 1677 bis 1973 nach Morrison und Ward (1975) abgebildet (Abb. 7a). Mittelwerte für diese Beobachtungsdaten ab 1789 zeigt Abb. 7b. Die halbe Länge eines Fehlerbalkens ist ein Standardfehler.

Mit einer fehlerfreien $\Delta T(T)$ -Kurve, die sich über lange Zeiträume (Jahrhunderte) erstreckt, könnte man den Verlauf und die Zeitskala der Fluktuationen genauer untersuchen. Wenn man die optimale Parabel oder säkulare Funktion subtrahiert hat, können die Fluktuationen allein betrachtet werden. Ihr Periodogramm enthält möglicherweise diskrete Perioden (Currie (1981), P=11 yr).

Eine frühere Tabelle und ein Graph von ΔT nach Morrison (1973) sind im "Explanatory Supplement" S. 91 gegeben. Dabei wurde die ΔT -Kurve durch 3 Parabelbögen gefittet. Diese Kurve zeigt hohe ΔT -Werte für die Zeit von Hevelius ($\approx +140$ sec).

Auch Krasinsky et al. (1985) geben eine ΔT -Kurve. Ihrer fig. 1, die auf der Auswertung von Merkur- und Venusdurchgängen basiert, erhält man durch Extrapolation für 1680 ein ΔT von etwa $+50^{\text{s}}$.

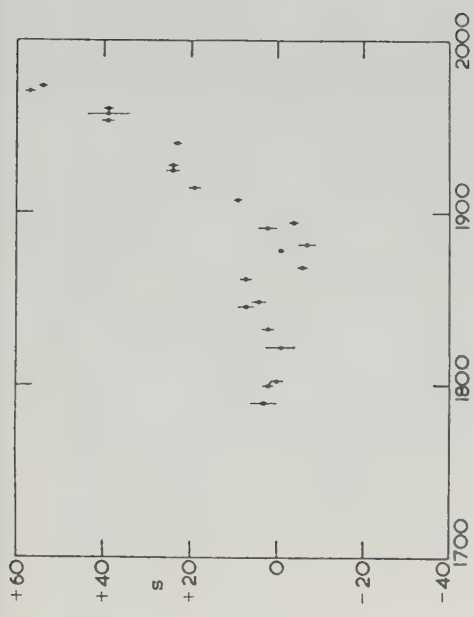
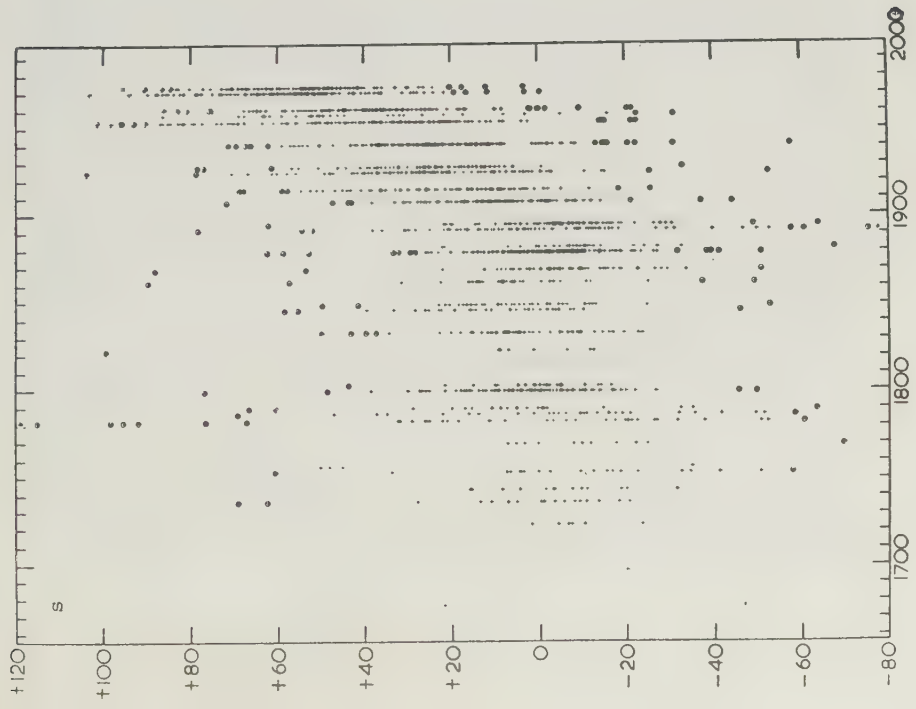


Abb. 7a) (links): Einzelne ΔT -Bestimmungen aus Merkdurchgängen nach Morrison und Ward (1975). Punkte außerhalb ± 2 Standardabweichungen sind eingekreist.
Abb. 7b) (oben): Mittelwerte für diese Daten ab 1789.



Goldstein (1985) paßt an BIH-Daten (Bureau international de l'heure) von ΔT für 1956 bis 1984 Geradenstücke an. Im Astronomical Almanac 1986 S. K8,K9 ist das neueste Ergebnis von Stephenson und Morrison (1984) wiedergegeben. Es handelt sich um geglättete Werte, die auf Beobachtungen von Sternbedeckungen durch den Mond basieren. Die einzelnen ausgewerteten Beobachtungen führen mit dem verwendeten Zahlenwert von h für die Zeit von Hevelius zu $\Delta T \approx +50$ sec für 1650, etwa linear abnehmend zu $\approx +16^s$ bei 1680, siehe Abb.6a) sowie Abb. 28 in dem Abschnitt 4.1. über die Mondbeobachtungen.

Da es im 17. Jahrhundert fast keine präzisen Sonnenbeobachtungen gibt, und zuverlässige Werte für ΔT bisher erst ab etwa 1700 bekannt sind, ist die Untersuchung der Beobachtungen von Hevelius von großem Interesse. Die Beobachtungen wurden zwar an damaligen Instrumenten durchgeführt, liegen aber in so großer Zahl vor, daß ihre Auswertung durchgeführt wurde.

Abschätzung der zu erwartenden Größenordnung von ΔL

Ein $\Delta T \approx +100$ sec bedeutet für die Sonne (Faktor $1/24.35$ nach Gleichung 2.1.) eine Differenz zwischen beobachteter und theoretischer Länge $\Delta L \approx 4''0$. In der Deklination der Sonne führt dies durch den Faktor $\sin \epsilon$ (ϵ =Schiefe der Ekliptik) zu einem Term von $\approx 1''6$ Amplitude. Ein solcher Term ist in den Sonnenbeobachtungen von Hevelius zu suchen. Falls für den mittleren Fehler einer Einzelmessung der Sonne $\pm 20''$ realistisch sind, kann, da $N \approx 1500$ Beobachtungen vorliegen, ein mittlerer Fehler der Unbekannten von $\leq \pm 1''$ erwartet werden.

Eine weitere Überlegung gilt dem Einfluß eines Azimutfehlers A_0 , d.h. einer Verdrehung des Instruments um eine vertikale Achse. Ein $A_0 \approx -0''5$ entspricht am Himmelsäquator einem Stundenwinkel von ca. 2 min. In dieser Zeit bewegt sich die Sonne um etwa $1''6 \cos \alpha$ in Deklination (entsprechend maximal ca. $1400''$ /Tag). Dieser Anteil von $1''6 \cos \alpha$ in Deklination wäre also zu $\sin \epsilon \Delta L$ zu addieren (d.h. $4''0$ zu ΔL).

3. Die Sonnenbeobachtungen von Hevelius

3.1 Das Instrument Quadrans Azimuthalis und die Messungen

Johannes Hevelius (1611-1687) führte in den Jahren 1652 mit 1679 ca. 1500 Sonnenbeobachtungen durch, die in Tomus II,2 der "Machina coelestis" tabelliert sind. Weitere 107 Beobachtungen von 1679 enthält das Buch "Annus Climactericus". Die Messungen der Meridianhöhe der Sonne wurden mit dem großen Azimutalquadranten (Quadrans azimuthalis, Quad. Az.) erhalten.

Über dieses Instrument schreibt Repsold (1908), S.37,:

"6. Großer Azimuthal-Quadrant, (Hevel, 150) eins der Hauptinstrumente Hevel's und dementsprechend nach dem Geschmacke der Zeit mit störendem Aufputz überladen; $r=1,39$ m, mit Transversalen auf $10''$ abzulesen, der Horizontalkreis von $r=0,56$ m; ebenfalls Tycho's Instrumenten ähnlich, doch mit Gegengewicht und Schnur zum Einstellen der Alidade und besonderem Handgriffe zur Azimuthal-Drehung, die zwischen und auf Rollen geht und in der Mitte auf einer Jaspis-Platte ruht. Dieses Instrument war schon 1618 für Peter Crüger begonnen worden, war aber wegen des Todes des unbekannten, doch als sehr geschickt gerühmten ausführenden Technikers unvollendet geblieben und 1644 in Hevel's Hände gekommen. Die oberen Theile sind von Messing, das Stativ von Eisen. Zur Feinbewegung der Alidade ist ein complicierter Mechanismus angebracht, der durch mehrfache Räder-Übersetzungen von einer Triebwelle mit Handköpfen auf eine Schnurtrommel wirkt und von dieser durch die über Rollen geleitete Schnur auf die Alidade. Obgleich sicher anzunehmen ist, daß diese complicirte Vorrichtung schon der Elasticität der Schnur wegen sehr unpräcis gewirkt hat, so ist sie doch von nicht geringem Interesse dadurch, daß die Handwelle mit einer Theilscheibe versehen war, an der nicht nur die Umdrehung dieser Welle, sondern durch besondere Zeiger auch die Zahl der Umdrehungen abzulesen war. Man muß diese Vorrichtung, die Hevel "directorium" nennt, trotz ihrer

Unvollkommenheit im Gebrauche, die wesentlich auf die Dehnbarkeit der Schnur zurückzuführen ist, ein Mikrometer nennen. - Das ganze Instrument ist offenbar mit großer Vorliebe durchgeführt und beschrieben (hierzu dienen 34 Folioseiten), und Hevel hält große Stücke darauf."

Danach ist der Radius des vertikalen Kreisquadranten $r=1.39m$ (d.h. am Umfang entspricht $1'=0.4mm$) und der Radius des horizontalen Kreises $r=0.56m$. Das Instrument ist auf den Tafeln H und I (neben S. 150 bzw. S. 164 in Tomus I der *Machina coelestis*) abgebildet. Mit Transversalen (siehe Kapitel XV und Tafel T) war das Instrument auf $10''$ abzulesen; $5''$ wurden geschätzt. Die Südrichtung wurde nach einer Rille auf dem horizontalen Kreis eingestellt (S. 175).

In freier Übersetzung lautet die Beschreibung S.175 Mitte:
"Wenn nun die Meridianhöhe der Sonne gemessen werden soll, wird das viel besser so als mit horizontalen oder vertikalen Quadranten durchgeführt. Da nämlich der Azimutalquadrant sehr genau auf die Meridianlinie eingestellt ist, kann ohne Mühe festgestellt werden, wann die Sonne in den Meridian kommt; es ist nicht notwendig, daß wie bei den anderen Quadranten die Höhe vor und nach dem Meridian gemessen wird. Es ist nur die Frage, wie in der Nacht, da es in der Sternwarte dunkel ist und wegen der Störung der Geräte keine Kerzen gebrannt werden dürfen, der Durchgang eines Sterns durch den Meridian festgestellt werden kann. Das ist selbst in dunkelster Nacht möglich. Ich habe im Kreis an der Stelle, die nach Süden gerichtet ist, eine Rille eingeritzt, die mit dem Finger gefühlt werden kann; auf diese Weise ist immer bekannt, wie weit bei einer Beobachtung eines Sterns oder der Sonne das Instrument vom Meridian abweicht, und daraus ist die Meridianhöhe abzuleiten. Wie aber das Instrument geprüft und, falls notwendig, korrigiert wird, davon wird später die Rede sein."

Von den Aufstellungsfehlern Azimut, Neigung, Fehler der Zenitrichtung liegt sicher ein Azimutfehler vor, wie man schon an der Meßreihe von 1671 September 23 klar erkennt (s.

Abschnitt 3.2., S. 50 und Abb. 8).

Wichtig sind vor allem solche Fehler, die proportional zum Cosinus der Rektaszension der Sonne $\cos \alpha$ sind und daher das Ergebnis für die Differenz der ekliptikalischen Länge der Sonne ΔL entstellen können (s. Abschnitt 3.4.). Erratische Schwankungen der Lotrichtung würden die Ermittlung der Unbekannten ΔL natürlich auch stark beeinträchtigen. Drittens können jahreszeitlich variable Temperatureinflüsse einfache und Doppelwellen mit Jahresperiode superponieren.

Bemerkungen über Quad. Az. finden sich auch bei Westphal (1820) (S.46,47): "Der große Azimutalquadrant. Dieser Quadrant ist derjenige, welchen Hevelius vom Senate seiner Vaterstadt zum Geschenke erhielt. Er ruhte auf einem sechs Fuß hohen Stative, dessen Hauptpfeiler aus einem Balken von Holz, die übrigen Strebepfeiler aber aus Eisen und Messing bestanden; unten hatte das Stativ an seinen drei Füßen Stellschrauben, um den Azimuthalkreis genau horizontal zu stellen, welche indessen selten gebraucht wurden, da das Instrument immer an derselben Stelle stehen blieb, und vor jeder fremden Einwirkung möglichst geschützt wurde. Der Azimuthalkreis hielt vier Fuß im Durchmesser, und war mit seinen beiden Nullpunkten genau nach Norden und Süden gerichtet; auf seiner Fläche geschah die Drehung des Quadranten um eine senkrecht metallne Axe, die im Stative auf einem geschliffenen Jaspis gestützt war, so daß der Quadrant mit dem einen seiner, fünf Fuß langen, Halbmesser den Azimuthalkreis fast berührte, kleine Rollen aber die Reibung verhinderten. Da die Axe grade in der Mitte des Halbmessers befestigt war, so mußte die eine Seite des Quadranten den Azimuthalkreis stärker drücken als die andere, welches ein paar metallne, an der leichtern Seite befestigte Figuren ausglich. Der Limbus war mit Hilfe von Transversallinien von zehn zu zehn Sekunden getheilt, und weil er nach oben gerichtet war, hatte die Alhidade ihren Augenpunkt am Mittelpunkte; diese trug gewöhnliche Dioptern, und es waren Fäden an ihr befestigt, die bei 0° und 90° des Limbus über Rollen liefen und durch Gewichte straff gehalten wurden. Der Beobachter hielt beim Beobachten diese Fäden in den Händen und konnte mit leichter Mühe die,

durch die Gewichte einigermaßen balanzierte Alhidade richten. Für die senkrechte Stellung des Quadranten zum Azimuthalkreise waren Korrekzionsschrauben angebracht.

Die sehr dürftige Einrichtung dieses Quadranten läßt von den mit ihm angestellten Beobachtungen wenig erwarten, und wirklich zeigen auch die Differenzen der an verschiedenen aufeinander folgenden Tagen gemessenen mittäglichen Sonnenhöhen (denn der Quadrant wurde fast nur im Meridian gebraucht) eine schlechte Übereinstimmung, wie die nachstehenden Beobachtungen der Frühlingsnachtgleiche von 1657 und der Herbstnachtgleiche von 1674 ausweisen können. Diese Beobachtungen sind übrigens nur deshalb gewählt, weil bei der ersten Reihe neun, bei der zweiten sieben Tage ohne Unterbrechung auf einander folgen; sonst sind sie nicht besser und nicht schlechter als alle übrigen.

1657	Meridianhöhe	Differenz
März 17	34° 37' 00	
18	35 01 20	24' 20"
19	35 23 15	21 55
20	35 46 30	23 15
21	36 10 20	23 50
22	36 33 12	22 52
23	36 57 20	24 08
24	37 21 20	24 00
25	37 44 40	23 20

1674

Sept. 19	36 57 30	
20	36 37 10	20 20
21	36 11 30	25 40
22	35 47 37	23 53
23	35 23 50	23 47
24	35 00 25	23 25
25	34 37 20	23 05

Ende des Zitats nach Westphal.

Es gelang nicht, die genauen Zeiten herauszufinden, in denen die verschiedenen Assistenten bei Hevelius arbeiteten. Die Bemerkungen in Tomus I, S. 55, 56, wo die Namen der Assistenten Michael Kretschmer, Christian Pelargus und Andreas Markwardt genannt sind, geben darüber keinen Aufschluß. Hevelius hebt hervor, daß ihm seine zweite Frau bei den Beobachtungen assistierte.

Béziat (1876) berichtet S. 37 über Quad. Az.: "Quart de cercle azimutal et vertical. Le vertical avait cinq pieds de rayon, l'azimutal en avait quatre. Il était si bien construit, si facile à mouvoir, qu'après un usage de trente ans, Hévélius n'y apercevait aucun changement. On le mettait en mouvement par un mécanisme très-ingénieux composé de poids et de contrepoids, de fils et de vis de rappel, et enfin de manivelles. Les pinnules étaient percées de quatre fentes, deux horizontales pour les hauteurs, deux verticales pour les azimuts. L'instrument était placé dans une tour octogone bien orientée, dont les fenêtres fermaient si exactement qu'on pouvait faire de l'intérieur une chambre obscure et y observer les éclipses et les taches du Soleil."

Hevelke (1927) schreibt über Quad. Az. folgendes (S.96,97): "Sein bestes Instrument war anfangs ein Azimutquadrant; den früher sein Lehrer Crüger benutzt hatte. Charles Ogier erzählt in dem neu entdeckten zweiten Teile seines Reisetagebuches von 1638 von dem vorzüglichen astronomischen Instrumente zur Himmelsbeobachtung, das der berühmte Danziger Mathematiker Crüger erfunden und nach seinen Angaben durch einen unlängst verstorbenen kunstfertigen Schmied hat anfertigen lassen. Es ist aus Bronze, zehn Fuß lang, fünf Fuß breit im Durchmesser und läuft aus in einen gezahnten Kreisausschuß, auf dem sich ein in die Zähne gepaßter Schenkel bewegt."

Berr von Bruen (Anmerkung d. Verf.: der Name lautet richtig: von Brunn) schreibt darüber S.34 ein wenig anders. Er schreibt: "Zu seiner Freude erfuhr Hevelius, daß sich im Zeughausa ein im Rohbau fertiger, ursprünglich vom Magistrat für Crüger bestimmter Azimutalquadrant befände; er erbat sich

und erhielt denselben und stellte ihn mit Hilfe eines geschickten Künstlers, jedoch so, daß er die für die Messung wichtigen Arbeiten, wie die Teilung, selbst durchführte, vollständig her. Er hat ihn bis zur Errichtung der neuen Sternwarte hauptsächlich benutzt. Die Messungen mit diesem viel zu subtilen Instrumente waren, wie man erwarten kann, nicht gut; Unterschiede von 5' kommen gelegentlich vor.'

Offenbar hat der Rat der Stadt jenen Azimutalquadranten auf Crügers Bitte zur Verwendung im Unterrichte des Akademischen Gymnasiums und zu dessen eigener Benutzung herstellen lassen. Dazu scheint es aber nicht mehr gekommen zu sein, Crüger ist vor Fertigstellung des Instruments gestorben. Vielleicht hat er sich selbst noch dafür verwendet, daß das wertvolle Instrument seinem Schüler zur Fertigstellung und Benutzung überwiesen wurde.

Über die von Bevelius hergestellten und benutzten Instrumente möchte ich wiedergeben, was Herr v. Bruen (Anmerkung d. Verf.: der Name muß richtig heißen: von Brunn) bei der Gedächtnisfeier am 28. Januar 1911 gesagt hat. Er schreibt S.33 u.f.:

'Was zunächst Bevelius' Winkelmeßinstrumente ganz allgemein angeht, so ist zu bemerken, daß er stets den gewöhnlichen Diopter (ein Visierapparat mit zwei viereckigen Öffnungen über die ein Pferdehaar gespannt ist, der Verf.) verwandte, auch ein feines Diaphragma (ein Metalldeckel mit einem schmalen Lichtdurchlaß, der Verf.) als Okular und eine scharfe Marke, z.B. den Rand eines geschliffenen oder polierten Cylinders als Objektiv-Marke.

Daß ein Fernrohr eine prinzipiell bessere Visur, selbst abgesehen von der Vergrößerung, schon dadurch ermöglicht, daß Visier, Korn und Objekt, wenn ich so sagen darf, gleichzeitig vom Auge fixiert werden können, dieser Wahrheit verschloß er sich auch dann noch, als er von seinen Gegnern, allerdings in ziemlich ungebührlicher Weise, darauf hingewiesen wurde. Überhaupt beschränkte sich Bevelius bei seinen Instrumentenconstructions fast durchweg auf die Vorbilder,

welche Tycho Brahe gegeben hatte, jedoch ohne dem wichtigsten tychonischen Instrumente, dem Mauerquadranten, die verdiente Aufmerksamkeit zu schenken (Kreisausschnitt mit Gradeinteilung, der an einer in der Richtung des Meridians stehenden Mauer angebracht wurde, der Verf.), er glaubte, eine größere Beobachtungs- und Ablesegenauigkeit nur durch Vergrößerung der Dimensionen der Instrumente und durch sorgfältige Teilung erreichen zu können. Daß bei freistehenden Instrumenten mit der Vergrößerung eine Erhöhung der von der Deformation der schweren Instrumente herrührenden Bieigungsfehler Hand in Hand geht, dem verschloß er sich zwar nicht, glaubte aber ohne Prüfung zu optimistisch, durch eine vermeintlich sehr solide Konstruktion diese Fehler ganz vermeiden zu haben...

Zur Beurteilung der Meßinstrumente ist noch das folgende zu sagen: Dieselben sind, soweit wir aus den Abbildungen schließen können, sehr exakt und dabei meist künstlerisch gearbeitet; Hevelius selbst versäumt auch bei der Beschreibung selten selbstgefällig hinzuzufügen, daß sie "plane novo artificio" hergestellt seien. Die innere Übereinstimmung der Beobachtung ist darum in der Tat auch bei einigen dieser Instrumente überraschend groß, sie wird aber zum großen Teil durch die Vernachlässigung der Aufstellungs- und Instrumentalfehler und der Refraktion illusorisch gemacht. Deshalb sind auch die endgültigen Resultate höchstens bis auf 1' im Durchschnitt sicher, während Hevelius eine viel größere Genauigkeit vermutete. Wie weit seine Instrumente denen Tycho Brahes überlegen waren, können wir heute nicht mehr sicher sagen, wahrscheinlich sind aber die Teilungen, Ablesevorrichtungen und Diopter besser als jene Tychos. Dagegen war es kein Fortschritt, daß er so große bewegliche Instrumente benutzte, obgleich deren Handhabung durch geschickte Äquilibrierungsvorrichtungen vergleichsweise sehr bequem waren. Wollte Hevelius durch Vergrößerung der Dimensionen eine größere Genauigkeit erzielen, so hätte er das höchstens an festen Mauerquadranten erreichen können; hier ist er aber leider Tychos Vorgang nicht gefolgt. Über die Verwendung der Diopter als Visiervorrichtung habe ich mich schon vorhin geäußert.

Interessant sind die Ablesevorrichtungen. Hevelius legte natürlich zuerst Wert auf eine möglichst weitgehende und zugleich genaue Kreiseinteilung, welche er oft bis zur einzelnen Bogenminute trieb. Für die weitere Verfeinerung der Ablesung benutzte er alle drei dazu verwendungsfähigen Methoden Nonius, Transversalteilung, Schraubenmikrometer. Ich kann mich auf Einzelheiten natürlich nicht weiter einlassen, möchte nur bezüglich der Schraubenmikrometer noch erwähnen, daß er hier die Winkel nicht einfach durch die Schraubenumdrehungen und ihre Teile maß, sondern daß er vielmehr dieselben noch durch mehrfache Zahnradübertragungen stark vergrößerte, so daß er formal Sekunden, Tertian und sogar Quartan ablesen konnte. Doch war er taktvoll genug, diese Methode, welche bei der allgemeinen Genauigkeit seiner Instrumente leere Spielerei gewesen wäre, bei den Beobachtungen nicht wirklich anzuwenden." Ende des Zitats nach Hevelke.

Soviel soll über das Instrument berichtet werden. Wir wollen nun Überlegungen und Auswertungen zu den Sonnenbeobachtungen beschreiben.

Von den 1568 gemessenen Sonnenhöhen, die aus der Machina coelestis entnommen wurden, sind 147 bei Azimuten $\neq 0$ Grad, d.h. außerhalb des Meridians gemessen. An 158 Tagen wurde die Meridianhöhe zweimal abgelesen; diese 2 Ablesungen, die meist um $10''$ differieren, werden jeweils als 2 Messungen behandelt.

Zur Verteilung der Messungen auf die Monate ist zu sagen, daß in den Wintermonaten November, Dezember, Januar, Februar insgesamt je 30-40 Messungen vorliegen, während es in den übrigen Monaten je ca. 150 sind.

Die genaue Verteilung der Beobachtungen mit gemessenem Azimut $= 0^\circ$ und aller Beobachtungen auf die Monate ist die folgende:

Tabelle 3.1. Die Verteilung der Sonnenbeobachtungen auf die
Monate

Monat	A=0°	gesamt
Januar	34	35
Februar	34	35
März	188	211
April	136	138
Mai	142	143
Juni	250	315
Juli	199	209
August	155	156
September	182	226
Oktober	95	95
November	52	52
Dezember	52	56

Die Verteilung der Sonnenbeobachtungen auf die Jahre kann der nächsten Tabelle entnommen werden:

Tabelle 3.2. Die Verteilung der Sonnenbeobachtungen auf die
Jahre

Jahr	A=0°	gesamt
1652	17	17
1653	108	108
1654	91	91
1655	20	20
1656	2	2
1657	46	46
1658	25	25
1659	51	51
1660	76	76
1661	71	71
1662	54	54
1663	63	68
1664	53	53
1665	8	14
1666	48	49
1667	51	52

1668	9	9
1669	14	14
1670	68	70
1671	71	98
1672	51	53
1673	64	80
1674	25	38
1675	9	13
1676	69	99
1677	65	86
1678	181	199
1679	109	115

Es wurden vorab einige Überlegungen über die Genauigkeit der Messungen von Hevelius angestellt. An gleichen Kalendertagen in aufeinanderfolgenden Jahren gemessene Sonnenhöhen zeigen folgendes Bild: Es wurden Tage im März, Juni und Dezember betrachtet. Für die Tage im Juni (Juni 20, 21 und 22) ergibt sich ein μ von $\pm 22''$. Dabei ist $\mu^2 = E(vv)/(n-r)$. n ist die Gesamtzahl der Tage (38 in diesem Beispiel), $r=12$ die Anzahl der Gruppen (eingeteilt nach den 3 Kalendertagen und den 4 Möglichkeiten: Schaltjahr, folgendes Jahr usw.). vv bedeutet das Quadrat der Standardabweichung für eine Gruppe.

Durch Vergleich von Hevelius' Tabellen von Sonnenhöhen mit dem Jahrbuch 1772 wurde auch eine Abschätzung der Streuung versucht. Es wurde eine formale Polhöhe φ berechnet aus der gemessenen Höhe und der Deklination der Sonne aus dem Jahrbuch 1772 für diesen Kalendertag: $\varphi = \delta + 90^\circ - h$. Dann wurde dieses φ als Funktion der Jahreszeit aufgezeichnet. Man kann an den Zeichnungen die Streuung ablesen. Sie beträgt etwa $\pm 30''$.

Die Sonne wurde in Projektion beobachtet, wie man S. 174 in Tomus I entnehmen kann: "Wenn man Meridianhöhen und Azimute der Sonne bestimmen will, muß man ein Papierrohr zwischen beide Diopter anbringen. Der untere Teil muß etwas weiter sein, damit der Beobachter den Sonnenrand deutlich sehen und die Scheibe erfassen kann. Dieses Verfahren ist besser als das von Tycho." Eine ausführlichere Bemerkung findet sich in dem Kapitel über den hölzernen Quadranten, S. 118: "Wenn die Höhen der Sonne zu

bestimmen sind, benutzen wir eine kleine Öffnung in der Mitte des Diopters, durch welche die Sonnenstrahlen hindurchfallen. Am unteren Ende ist ein kleiner Kreis angebracht, der genau die Größe der Sonnenscheibe hat. Dabei wird bei diesen Beobachtungen ein Tubus aus Papier benutzt, den wir in der vorhergehenden Abbildung eingezeichnet haben; er ist oben und unten am Instrument befestigt. Die Strahlen der Sonne gehen durch ihn wie durch eine camera obscura hindurch und treffen auf den kleinen Kreis am unteren Ende auf; so werden Höhen und Azimute der Sonne mit grösserer Genauigkeit bestimmt."

Auf den ersten Seiten von Tomus II,2 finden sich einige Angaben über den scheinbaren Sonnendurchmesser: anfangs (1652) einige Male viel zu große Werte von 34', dann Werte um 32'. In Tomus II,1, S. 48 gibt Hevelius zwischen Beobachtungen von 1656 eine Tabelle von scheinbaren Sonnendurchmessern für die verschiedenen Monate. Sie ergibt, mit "The Astronomical Ephemeris 1980" (15. jedes Monats) verglichen, folgende Tabelle:

Tabelle 3.3. Scheinbare Sonnendurchmesser nach Hevelius, Machina coelestis, Tomus II,1 S. 48

Monat	Hevelius	Jahrbuch 1980	1980-Hevelius
Dez.	32'36"	32'33".2	-3"
Jan, Nov	32 26	32 34.4, 32 23.6	+8,-2
Feb, Okt	32 16	32 26.4, 32 08.1	+10,-8
Mz, Sept	31 56	32 12.8, 31 51.8	+17,-4
April,Aug	31 32	31 55.8, 31 38.2	+24,+6
Mai, Juli	31 22	31 41.4, 31 31.2	+19,+9
Juni	31 12	31 32.4	+20

Diese Sonnendurchmesser stimmen also recht gut mit modernen Werten überein.

Über die Diopter (pinnacidiae) referiert Delambre (1817), S. 462: "Chapitre XIV, des pinnules. Les premières pinnules étaient percées des trous ronds, et celui de l'oculaire était très petit. On substitua des pinnules fendues longitudinalement. Tycho plaçait au centre un cylindre, et sa pinnule avait deux fentes parallèles et éloignées d'un diamètre

du cylindre. Riccioli plaçait au centre une aiguille si fine, qu'elle cachait que les étoiles de quatrième ou cinquième grandeur, et coupait les autres en deux. La pinnule oculaire était percée d'un trou rond très petit, l'oeil se plaçait à un doigt ou deux de ce trou, afin de voir le trou rond coupé exactement en deux par l'aiguille, comme par un diamètre; la nuit, il fallait éclairer cette aiguille. Hévelius objecte que l'aiguille peut se fausser, et qu'il est difficile de l'éclairer convenablement pour les deux observateurs. Avec ses pinnules, semblables à celles de Tycho, il lui est arrivé de prendre en neuf heures jusqu'à 70 distances; ce qui fait presque 8 par heure, et 7 minutes environ pour chaque distance. Une vis lui servait à élargir ou rétrécir la fissure; les deux côtes de chaque pinnule étaient garnis de leurs verniers, en sorte qu'on pouvait lire quatre à cinq fois l'observation et s'assurer de l'exactitude des divisions. Des vis de pression et de rappel assuraient la fixité et le mouvement doux de la règle..... Il décrit enfin une espèce de micromètre extérieur qui est composé de roues et des pignons, qui font mouvoir les aiguilles d'un cadran." Weiter berichtet Delambre S.464 über Teilungen und Nonius: "Ces transversales étaient tracées au moyen de cercles équidistans: ce qui n'est pas rigoureusement exact; mais quand on ne veut que 5', il n'y a aucun inconvénient. Un vernier qui embrassait $5^{\circ}=300'$, et qui était de $61/12$ parties, donnait 50"; car le vernier de $61/60$ aurait donné la seconde."

Zur Reduktion der Sonnenbeobachtungen sind die geografische Länge λ und Breite φ des Beobachtungsorts nötig. Es wurden zunächst die aus einer Landkarte abgelesenen Werte

$$\lambda = -1^{\text{h}}14^{\text{m}}36^{\text{s}}.4 = -1^{\text{h}}24^{\text{m}}34.4$$

$$\text{und } \varphi = +54^{\circ}21'26'' = 54^{\circ}35.722$$

verwendet; für die endgültigen Rechnungen

$$\varphi = +54^{\circ}21'03'' = 54^{\circ}35.083 \text{ nach Rybka (1984).}$$

Die Sonnenbeobachtungen wurden zuerst wegen Refraktion

korrigiert mit dem Ansatz (Quellen im folgenden Text):

$$\Delta z = z - z' = (60''15 \cdot \tan(z') - 0''06688 \cdot \tan^3(z')) \cdot 273.15K / (273.15K + \text{Temp}(\text{Monat}) + \text{DT}(\text{Monat}) \cdot (\text{Tag} - 15) / 30.5) \quad (3.1.)$$

wobei z die wahre, z' die scheinbare Zenitdistanz, Tag die Nummer des Monatstags sind. Temp(Monat) bedeutet das mittlere tägliche Maximum nachmittags der Temperatur für Gdingen nach: Brockhaus Texte und Tabellen, Länder und Klima, Europa, UdSSR (1983). DT(Monat) ist die monatliche Änderung davon, wie in folgender Tabelle gegeben:

Tabelle 3.4. Mittlere tägliche Maxima nachmittag der Temperatur für Gdingen

Monat	T(°C)	DT(grd/mon)
Jan	+1.4	-2.0
Feb	+1.4	+2.0
März	+4.2	+3.0
April	+8.7	+6.0
Mai	+15.1	+5.0
Juni	+18.8	+3.0
Juli	+21.3	+1.0
Aug	+21.0	-2.0
Sept	+17.7	-5.0
Okt	+12.5	-5.0
Nov	+6.6	-2.0
Dez	+3.4	-2.0

Die Temperatur eines bestimmten Tages wird als Streckenzug approximiert. Die Zahlenwerte $60''15$ und $-0''06688$ der Vorfaktoren von $\tan z'$ bzw. $\tan^3 z'$ bei Standardbedingungen sind die Refraktionskonstante nach de Ball (1906) bzw. ein Wert nach Woolard und Clemence (1966).

Es wird immer mit dem Normaldruck $p = 760 \text{ mm Hg} = 1013.25 \text{ mbar}$ gerechnet. Abweichungen davon können je nach Wetterlage $\pm 2\% = \pm 1''2$ bei Zenitdistanz 45° ausmachen. Der jährliche Gang der Lufttemperatur würde bei $\delta \approx 0$ Grad ($z \approx 54$ Grad) $\pm 3''$ Amplitude

bewirken.

Ganz genau genommen wäre noch die differentielle Refraktion der Sonne zu berücksichtigen, daß nämlich $z_{\text{Sonnenmitte}}^{\neq} (z_{\text{oberer Rand}} + z_{\text{unterer Rand}})/2$ ist. Werden die Sonnenränder bei der Beobachtung mit der Kreisscheibe zur Deckung gebracht, so stimmt der Mittelpunkt der Sonne nicht exakt mit dem Mittelpunkt des Kreises überein und zwar wegen der Abweichung des Refraktionsgesetzes von der Linearität. Doch macht dieser Effekt, der proportional zu $\tan z' / \cos^2 z'$, der zweiten Ableitung von $\tan z'$ ist, bei $z=78^\circ$ erst $1''.46$ aus, kann also vernachlässigt werden. Darüberhinaus würde dies in den $\Delta\delta$ einen Term proportional zu $\sin\alpha$ bewirken und nicht proportional $\cos\alpha$ wie die gesuchte Unbekannte ΔL .

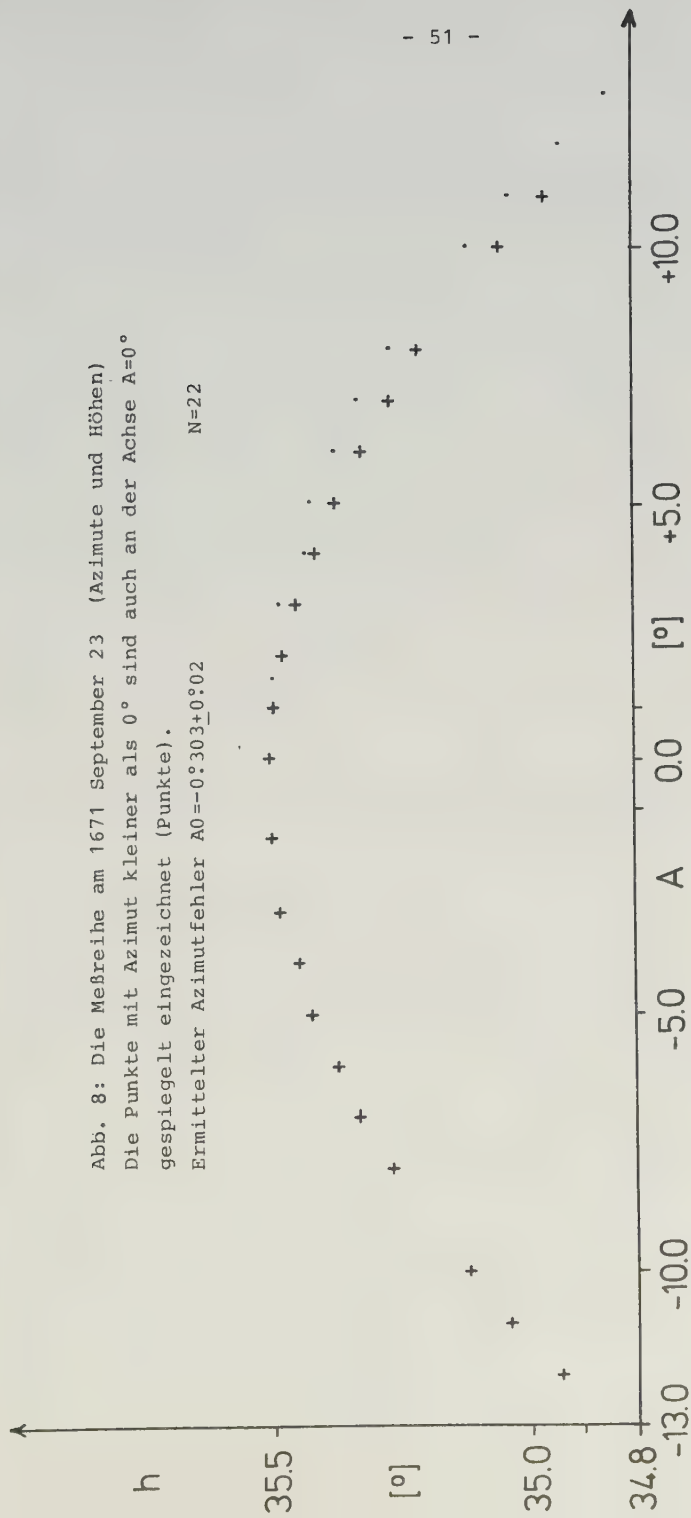
Weiter wurde die tägliche Parallaxe der Sonne berücksichtigt, wobei ein Zahlenwert von

$$\text{Äquatorialhorizontalparallaxe} \cdot \text{Radiusvektor} = \pi_0 \cdot \rho = 8''.794 \cdot 0.99778 = 8''.774$$

verwendet wurde. ρ bedeutet den Radiusvektor von Danzig in Einheiten des Äquatorradius der Erde (Zahlenwert nach Nautical Almanac 1941, S.589). Die tägliche Aberration wurde nicht angebracht. Bei der Reduktion wurden die Polhöenschwankungen der Erde, die etwa $\pm 0''.3$ ausmachen können, vernachlässigt.

3.2. Bestimmung des Azimutfehlers A_0

An manchen Tagen gibt es Beobachtungen der Sonne auch außerhalb des Meridians. Dabei zeigt sich offenbar ein Azimutfehler des Quadranten, wie das Beispiel der Meßreihe am 1671 Sept. 23 zeigt (Abb. 8). Die Kreuze sind die eigentlichen Messungen, die Punkte die an $\text{Azimut}=0^\circ$ gespiegelten Beobachtungen mit $A < 0^\circ$. Zur Bestimmung eines Azimutfehlers wird angenommen, daß der Quadrant um eine Achse durch den Zenit gedreht war. Dieser Aufstellungsfehler sowie Neigung (Verkipfung des Quadranten) und ein denkbarer Fehler der Lotrichtung sind in Abb. 9 dargestellt. Wenn ein Azimutfehler vorliegt, ist die gemessene Sonnenhöhe kleiner als die wahre



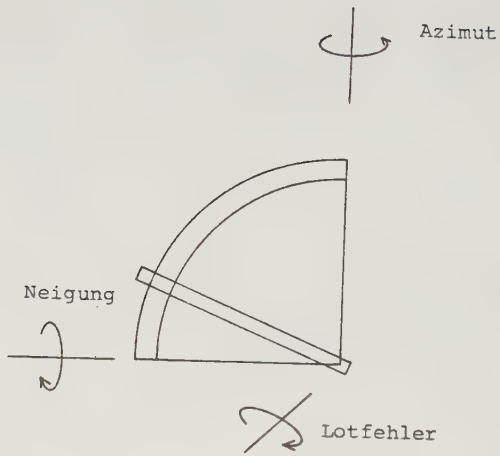


Abb. 9: Drehungen um drei Achsen

Meridianhöhe. Abb. 10 zeigt die Höhendifferenz Δh als Funktion des Azimutfehlers A_0 , also einen Ausschnitt aus der scheinbaren täglichen Sonnenbahn.

Aus den Meßreihen soll je ein Wert für A_0 bestimmt werden. Das Vorzeichen von A_0 wird so definiert, daß gilt: $A_{\text{gemessen}} = A_{\text{wahr}} + A_0$. Man könnte A_0 durch Linearisierung der Gleichungen des sphärischen Dreiecks Zenit-Nordpol-Sonnenort und Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen. Statt dessen wurde eine Methode, die teilweise mit Durchprobieren arbeitet, gewählt:

Gegeben seien N Messungen (in einem Fall $N=22$, sonst $N<10$).

Es werden 21 Werte B_0 für A_0 durchprobiert: von -1.0 bis $+1.0$ Grad in Schritten von 0.1 Grad. Für das jeweilige B_0 werden aus den tabellierten Azimuten und Höhen A_i , h_i die Deklinationen δ_i und Stundenwinkel t_i berechnet nach der Formel:

$$\delta = \arcsin(\sin\varphi \cdot \cos z - \cos\varphi \cdot \sin z \cdot \cos(A - B_0)) \quad (3.2.)$$

$$t = \arcsin(\sin z \cdot \sin(A - B_0) / \cos\delta) \quad (3.3.)$$

Dann wird für das jeweilige B_0 eine Ausgleichsgerade (bzw. für $N=2$ eine Verbindungsgerade) durch die (t_i, δ_i) berechnet. Deren Achsenabschnitt heiße D_0 . (Deklination für $t=0$), die Steigung DP .

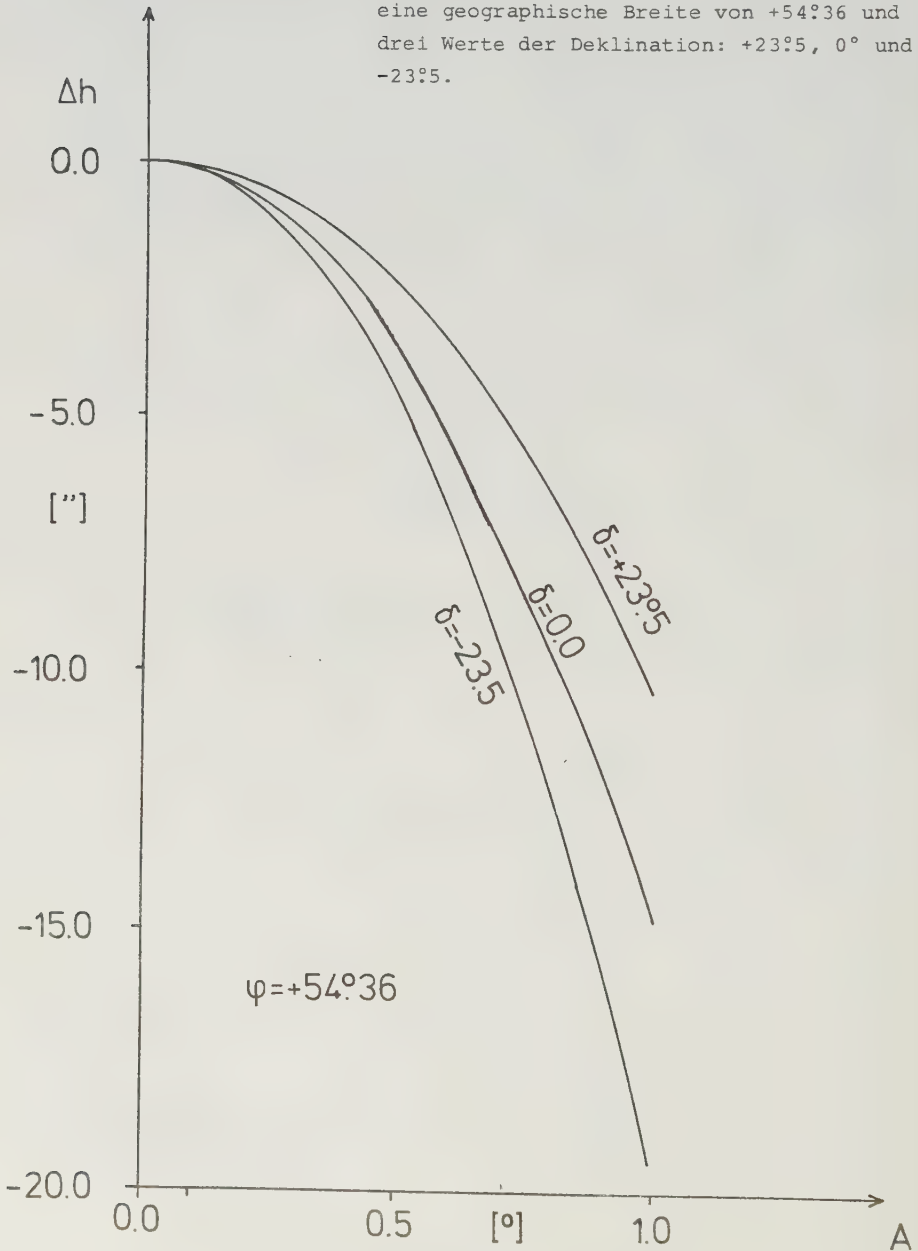
Die Deklination der Sonne wird also dargestellt durch die in t lineare Funktion $\delta(t) = D_0 + DP \cdot t$.

Bei dem Unterprogramm für die Ausgleichsgerade wird angenommen, daß die Abszissen (die t_i) fehlerfrei sind. Es wird auch der mittlere (innere) Fehler eines Punktes F und der mittlere Fehler FDP der Steigung DP berechnet (Formeln nach Ludwig 1969).

Man erhält 21 Werte von DP für die verschiedenen B_0 . Diese Punkte liegen sehr genau auf einer Ausgleichsgeraden (Achsenabschnitt AB , Steigung ST). Der Wert von DP , der sich für eine Ellipsenbahn der Erde zu D_0 theoretisch ergibt, werde TH genannt. Er wird wie folgt berechnet:

Für den Beobachtungstag wird JD für Greenwich Mittag und $T = (JD - 2415020.0) / 36525.0$ berechnet (JD 2415020.0 ist J1900.0). Nach

Abb. 10: Die Höhendifferenz gegenüber der Meridianhöhe als Funktion des Azimuts für eine geographische Breite von $+54^{\circ}36'$ und drei Werte der Deklination: $+23^{\circ}5'$, 0° und $-23^{\circ}5'$.



den Polynomen für die im folgenden benötigten Größen als Funktion der Zeit in Explanatory Supplement S.98 wird die mittlere Anomalie M der Sonne berechnet. Daraus folgt mit der Exzentrizität EX der Erdbahn die exzentrische Anomalie E, die wahre Anomalie v und die wahre Länge der Sonne λ (die Erdbahn wird als Keplerellipse approximiert).

Damit kann die theoretische Änderung der Deklination der Sonne TH berechnet werden:

$$TH = d\delta/dt = \sin\epsilon / \cos\delta \cdot \cos\lambda \cdot (1 + 2 \cdot EX \cdot \cos(\lambda - PL)) / 365.2422 \quad (3.4.)$$

(PL=Länge des Perigäums der scheinbaren Sonnenbahn)

TH hängt mit D0 schwach vom probierten B0 ab. Es wird $EXP := TH(B0 = 0.0 \text{ Grad})$ genommen, um $A0 = (EXP - AB) / ST$ zu berechnen. Für den Fehler FA0 von A0 folgt

$$\text{Betrag}(FA0) = \text{Betrag}(FDP) / \text{Betrag}(ST) \quad (\text{für } N > 2).$$

Tabelle 3.5. Ergebnisse für A0 aus Sonnenbeobachtungen

Datum	A0(°)	FA0	N
10 Meßreihen mit N>4:			
1671 Sept. 23	-0.303	±0.02	22
1673 Sept. 22	-0.187	0.05	9
1678 März 20	-0.488	0.09	7
1678 Juni 21	-0.743	0.06	7
1665 Juni 21	-0.538	0.15	5
1674 Juni 22	+0.005	0.24	5
1676 Juni 23	-0.504	0.04	5
1676 Juli 1	-0.656	0.16	5
1677 Juni 21	-0.049	0.05	8
1676 Sept. 22	-0.443	0.27	5

Dazu kommt noch die Meßreihe an Prokyon (s.u.)

16 Meßreihen mit N=3 oder 4

1663 Juni 20	-0.918	0.34	3
1665 Juni 22	+0.100	0.40	3
1671 März 22	-0.592	0.08	4
1673 März 18	-0.214	0.03	3
1673 März 19	-0.357	0.14	3

1674 März	22	-1.060	0.14	4
1674 Juni	19	+0.482	0.58	3
1674 Juni	20	-0.600	0.27	3
1675 Juni	23	-1.043	0.57	3
1675 Sept.	23	-0.704	0.20	3
1676 März	20	-1.529	0.71	3
1676 Juni	26	Druckfehler		3
1676 Juni	30	-1.405	0.02	3
1676 Juli	3	-0.401	0.21	3
1676 Juli	4	-0.877	0.15	3
1677 Juni	20	-0.760	0.13	4
1677 Juni	25	-0.519	0.35	3

7 Meßreihen mit N=2:

1672 Dez.	18	-0.524		2
1676 Sept.	16	-0.554		2
1676 Sept.	18	-0.499		2
1676 Sept.	19	-0.530		2
1676 Sept.	26	-1.022		2
1677 April	2	-1.345		2
1678 März	26	+0.068		2

Messungen an Prokyon 1652 Dezember 16

An diesem Tag führte Hevelius eine Meßreihe an Prokyon (α CMi) durch (Tomus II,1 S.24) um die Refraktion zu bestimmen. 13 von 23 gemessenen Höhen zwischen 17 und 31 Grad Höhe wurden ausgewählt. Sie wurden wegen Refraktion korrigiert mit einer Temperatur von -5.0°C . Die scheinbare Deklination von Prokyon wurde nach den Angaben im FK4 (Fricke und Kopff et al. 1963) zu $+6^{\circ}068980$ ermittelt. Aus Höhe h , δ und φ kann für jede Messung ein theoretisches Azimut A_{th} errechnet werden, nämlich durch Auflösung der Formel

$$\sin\delta = \sin\varphi \cdot \cos z - \cos\varphi \cdot \sin z \cdot \cos A_{th}. \quad (3.5.)$$

Aus den 13 Messungen ergibt sich: $A_0 = -0^{\circ}135 \pm 0^{\circ}013$ (Standardabweichung des Mittels).

Diskussion der Ergebnisse für A0:

Bis auf 5 Meßreihen im Juni mit N=2, die völlig herausfallen, wurden alle Meßreihen ausgewertet. Die A0 streuen relativ stark, sind aber fast alle negativ. Da die Beobachtungsreihen gehäuft um die Äquinoktien und Solstitien verteilt sind, wurden Monatsmittel für März, Juni, September und Dezember gebildet. Im Dezember wurde die Prokyon-Meßreihe dreifach gewichtet. Im März bzw. Juni wurden ein bzw. zwei Ausreißer weggelassen. Abgesehen von dem Mittel für Dezember läßt sich ein jahreszeitlicher Gang nicht klar erkennen, so daß zunächst mit einem Gesamtmittel $A_0 = -0.474$ weitergearbeitet wird.

Tabelle 3.6. Monatsmittel von A0:

Monat	Mittel(°)	σ_1	σ_M	N
März	-0.570	± 0.49	± 0.18	7
Juni, Juli	-0.562	0.40	0.11	14
Sept.	-0.530	0.25	0.09	8
Dez.	-0.232			2

In Abb. 11 sind die ermittelten A0 als Funktion der Jahreszeit (der Nummer des Tages) aufgetragen. Der Punkt für Prokyon (P) fällt heraus und läßt eine jahreszeitliche Veränderlichkeit von A0 vermuten. Abb. 12 enthält die A0-Werte als Funktion der Zeit T, des julianischen Datums JD. Die Epoche J1660.0 ist JD 2327361.5, J1680.0=JD 2334666.5. Abb. 13 zeigt ein Histogramm der A0 und eine Normalverteilung mit gleicher Standardabweichung.

Eine Abhängigkeit des Azimutfehlers A0 von der Jahreszeit wurde formal untersucht durch eine Ausgleichung mit dem Ansatz

$$A_0 = A + B \cdot \sin \psi + C \cdot \cos \psi \quad (3.6.)$$

mit Konstanten A, B, C wobei $\psi = \text{Nummer des Tages} \cdot 360.0 / 365.25$ der Jahresbruchteil in Grad ist.

a) Mit den 34 A0-Werten aus Sonnenbeobachtungen und dem Wert

Abb. 11: Die ermittelten Azimutfehler als Funktion der Jahreszeit (der Nummer des Tages)
P=Procyon, Punkte: N=2, Kreuze: N=3 oder 4, eingekreiste Kreuze: N≥5

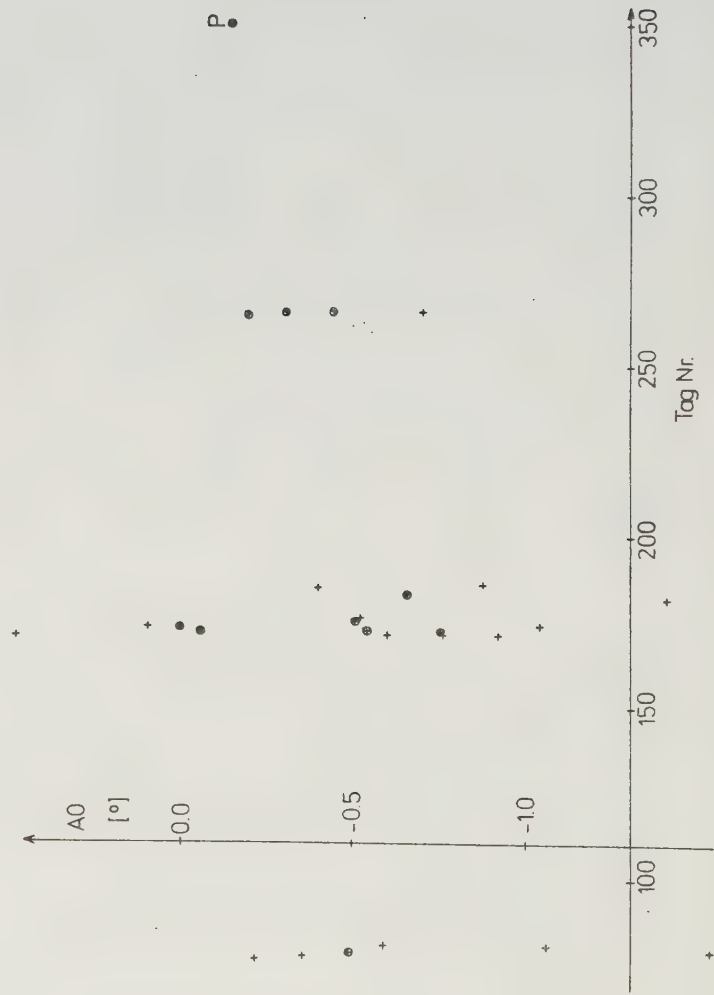


Abb. 12: Die ermittelten Azimutfehler A_0 als Funktion der Zeit T
(Julianisches Datum JD)

Symbole wie in Abb. 11.

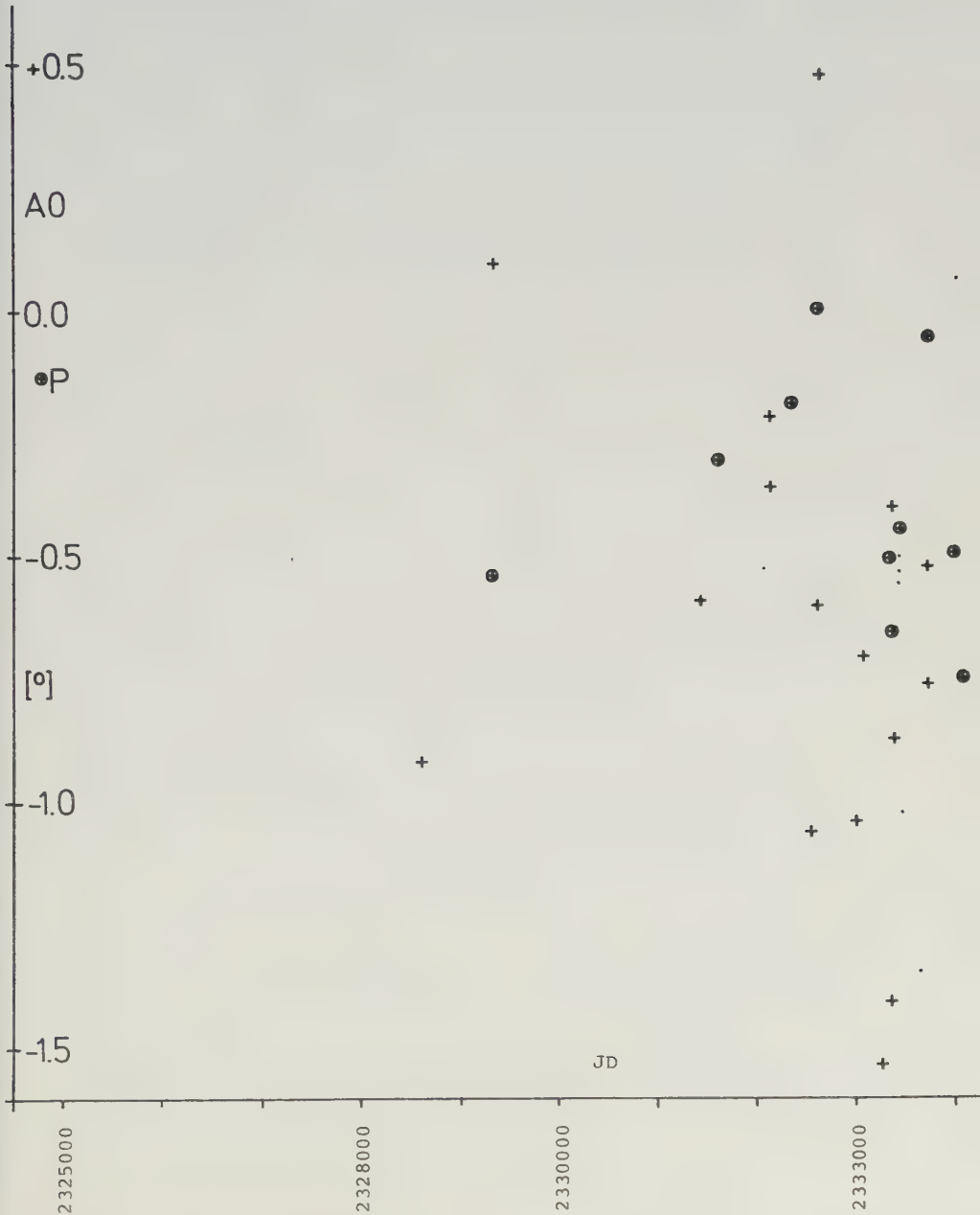
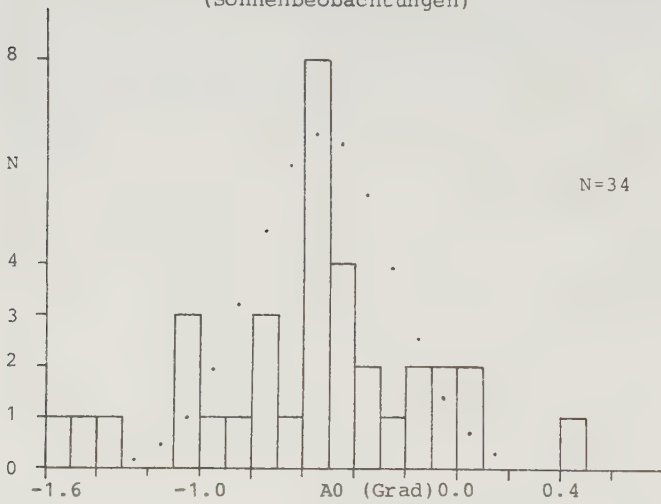


Abb. 13: Histogramm der ermittelten Azimutfehler A_0
(Sonnenbeobachtungen)



Die Punkte entsprechen einer Normalverteilung mit gleicher Standardabweichung.

für Prokyon ergab sich:

$$A = -0.553 \pm 0.094$$

$$B = -0.067 \pm 0.113$$

$$C = -0.003 \pm 0.129$$

und die Standardabweichung eines einzelnen Wertes $= 0.45$.

Die Beträge der jahreszeitlich variablen Terme B, C sind kleiner als ihre mittleren Fehler.

b) Eine Rechnung mit Gewichten ($g=2$ für $N \geq 5$ (11 Stück), $g=1$ für $N=3$ oder 4 (16 Stück), $g=0$ für $N=2$ Sonnenbeobachtungen) ergab:

$$A = -0.454 \pm 0.086$$

$$B = -0.145 \pm 0.107$$

$$C = 0.047 \pm 0.109$$

$$\sigma = 0.40$$

Hier wird B marginal $\neq 0$.

c) Wird nur mit den 11 Meßreihen an der Sonne wo $N \geq 5$ ist, gerechnet, so ergibt sich:

$$A = -0.335 \pm 0.105$$

$$B = -0.062 \pm 0.139$$

$$C = 0.087 \pm 0.130$$

Diese drei Rechnungen ergeben nur eine äußerst geringe Variation des Azimutfehlers mit der Jahreszeit, doch wurde auf Grund des abweichenden Ergebnisses für Prokyon im Dezember auch mit variablem Azimutfehler gerechnet (s. Abschnitt 3.8.).

Meßreihen am Polarstern:

An einigen Tagen wurde Quadrans Azimuthalis nach Norden gedreht und u.a. der Polarstern in der Nähe der oberen oder unteren Kulmination beobachtet. Diese Meßreihen wurden ebenfalls auf Azimutfehler untersucht. Ein näherer Sternort für α UMi wurde folgendermaßen bestimmt: Für 1677.0, d.h. $T = -2.73$ cy ab 1950.0 werden bei der Berechnung der Präzession die Eulerschen Winkel $\xi = -1.7474$ und $\theta = -1.5205$. Damit wurde in der SAO-Karte der Polumgebung der damalige Nordpol eingezeichnet und die Deklination $\delta = +87.57 = +87^{\circ}34'12''$ abgelesen. Nun wurden für diese Deklination Schablonen von geometrischer Höhe gegen Azimut auf

Transparentpapier gezeichnet. Diese Schablonen wurden mit den gemessenen Azimuten und Höhen verglichen, wobei die Verschiebung in Azimut abgelesen wurde. Abb. 14 zeigt als Beispiel eine Meßreihe am 1676 Januar 24.

Es wurden folgende Werte gefunden: (Definition von A_0 : $A_0 = A_{\text{gemessen}} - A_{\text{wahr}}$, UK=untere Kulmination, OK=obere Kulmination)

Tabelle 3.7. Bestimmungen des Azimutfehlers A_0 aus Meßreihen am Polarstern

1676 Jan. 24	N=13	UK	$0' \pm 3'$
1676 März 8	14	UK	-7 ± 3 :
1676 Nov. 28	10	OK	0 ± 3
1676 Dez. 1	11	OK	0 ± 3
1676 Dez. 5	8	OK	$+3 \pm 3$
1677 April 2	6	UK	$-3::$
1677 April 3	10	UK	$-7::$
1677 April 10	17	UK	$-10:$
1677 April 23	14	UK	0 ± 3
1677 April 26	13	UK	$-7:$

Mittelwert: $-3:1 \pm 4:3$ (Standardabweichung); $N=10$.

Diese Ergebnisse liegen wesentlich näher an 0° als die aus den Meßreihen an der Sonne abgeleiteten. Offenbar sind bei den Sonnenbeobachtungen weitere Einflüsse wirksam. Es ist bekannt, daß Tagbeobachtungen Differenzen gegenüber Nachtbeobachtungen aufweisen.

Mit dem ermittelten Azimutfehler A_0 wird nach bekannten Formeln Stundenwinkel HA und Deklination δ der Sonne berechnet:

$$\sin \delta = \sin \varphi \cdot \cos z - \cos \varphi \cdot \sin z \cdot \cos(A_{\text{gemessen}} - A_0) \quad (3.7.)$$

$$\sin HA = \sin z \cdot \sin(A_{\text{gemessen}} - A_0) / \cos \delta \quad (3.8.)$$

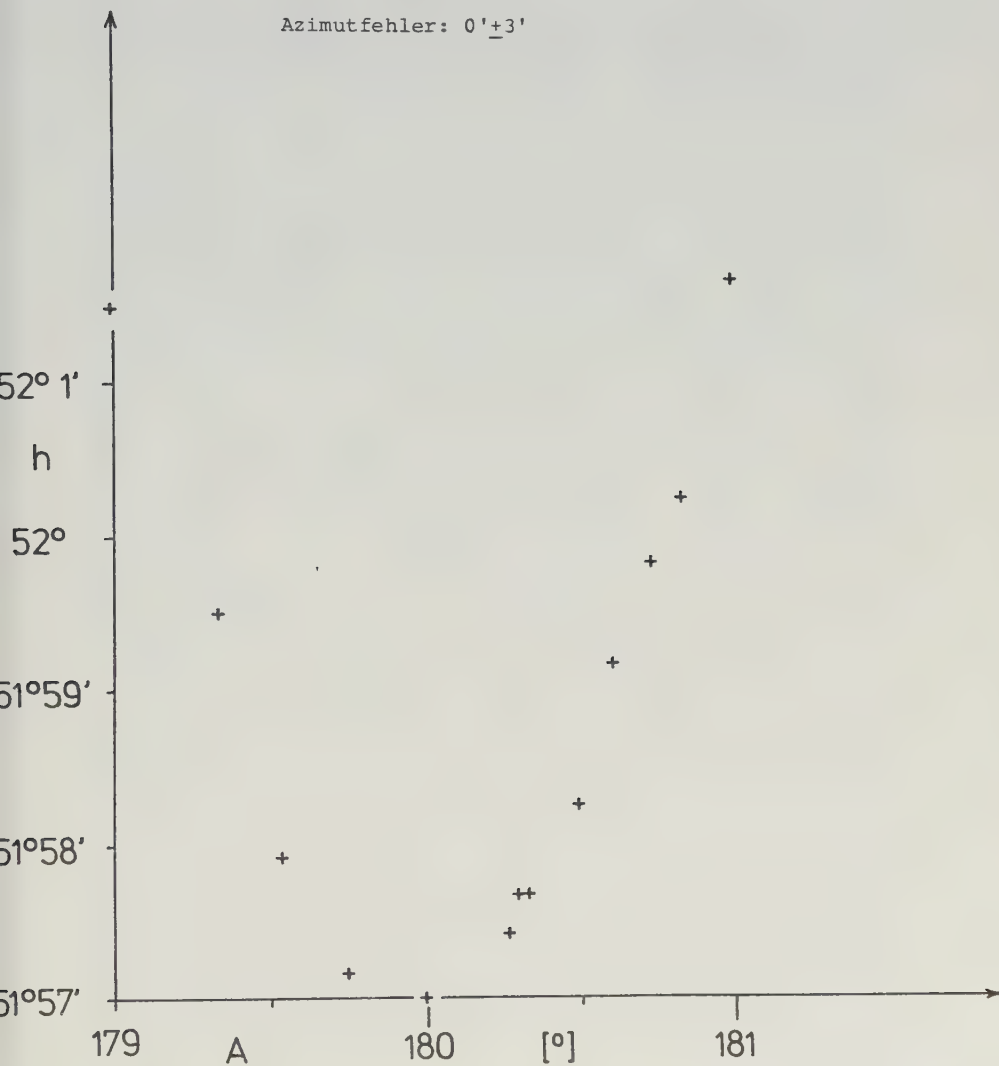
Damit wird der Greenwich Stundenwinkel der Sonne $GHAS = HA + \lambda$.

Abb. 14: Eine Meßreihe (Azimute und Höhen) am Polarstern

1676 Januar 24

Untere Kulmination

Azimutfehler: $0' + 3'$



3.3. Die Ephemeride DE 102 des JPL und ihre Anwendung für die vorliegende Arbeit

Es handelt sich bei DE 102-LE 51 um die numerische Integration postnewtonischer Bewegungsgleichungen für die 9 großen Planeten, die Sonne und den Erdmond sowie die physikalische Libration des Mondes von 1411 BC bis 3002 AD. Eine Kopie dieser Ephemeride auf Magnetband wurde dankenswerterweise von Dr. E. M. Standish vom JPL zur Verfügung gestellt. Newhall, Standish und Williams (1983) geben eine ausführliche Beschreibung der DE 102-LE 51. Der Einfluß der Gezeitenreibung auf die Mondbahn wird berücksichtigt durch den Koeffizienten $\dot{h} = -26''/cy^2$. Wie in der genannten Arbeit geschildert, gehen eine Reihe von Eingangskonstanten (input constants) ein, z.B. die Planetenmassen, die Lichtgeschwindigkeit c , der Koeffizient J_2 des zweiten Legendre-Polynoms bei der Entwicklung des Gravitationspotentials der Erde, die Entwicklungskoeffizienten C_{ik} , S_{ik} des Gravitationspotentials des Mondes usw. Aus einer Ausgleichung von Beobachtungsdaten (Meridiankreisbeobachtungen, Radarmessungen, Laufzeitmessungen zu Mariner 9, Pionier 10 und 11 und Viking, sowie LLR) werden abgeleitete Konstanten bestimmt: der Zahlenwert der AE in km, Planetenradien, optische Phasenkorrekturen, usw. Das Koordinatensystem, in dem die Integration durchgeführt wird, stimmt nahezu mit dem dynamischen Äquinoktium zur Zeit B1950.0 überein. Für die genaue Reorientierung der Achsen wurde die folgende auf S. 164 der genannten Arbeit von Newhall, Standish und Williams (1983) gegebene Drehmatrix für den Übergang vom Koordinatensystem der DE 102 zu J2000.0 dynamisches Äquinoktium verwendet. Sie hat die Komponenten:

0.9999257180268403	-0.0111782838886141	-0.0048584357372842
0.0111782838782385	0.9999375206641666	-0.0000271576311202
0.0048584357611567	-0.0000271533600777	0.9999881973626738

In DE 102 wird für die reziproke Masse des Pluto der Wert $3 \cdot 10^6$ reziproke Sonnenmassen verwendet. Seit der Entdeckung des Plutomondes Charon durch Christy 1978 bestimmte man die Gesamtmasse Pluto+Charon zu nur $1/1,3 \cdot 10^8$ Sonnenmassen, d.h. die Plutomasse ist um den Faktor 43.3 kleiner als früher angenommen. Dem falschen Massenwert entspricht eine Verschiebung des Schwerpunkts des Sonnensystems um $\approx 1.3 \cdot 10^{-5}$ AE. Das ergäbe aus 1 AE Entfernung gesehen eine jahresperiodische Schwankung der Sonne um das Baryzentrum mit 2" Amplitude in Länge. Allerdings ist das Baryzentrum nicht beobachtbar, und die beobachtbaren Größen wie α und δ der Sonne sind wegen der Anpassung an Beobachtungsdaten wesentlich genauer. Die Massenwerte von Uranus und Saturn wurden inzwischen ebenfalls verbessert, fallen aber nicht so stark verändert aus, vgl. The Astronomical Almanac 1984 S. S12. Für Uranus wird die entsprechende Verschiebung des Schwerpunkts des Sonnensystems $3.4 \cdot 10^{-6}$ AE, für Saturn $3.9 \cdot 10^{-7}$ AE. Die DE 102 wurde z.B. von Stumpff (1981), Stumpff und Lieske (1984) mit der Newcomb-Ephemeride verglichen.

Die DE 102 ist in Form von Tschebyscheff-Koeffizienten gegeben, aus denen rechtwinklige kartesische Koordinaten und Geschwindigkeiten der Planeten durch Interpolation bestimmt werden.

Der maximale Fehler bei der Tschebyscheff-Interpolation ist nach table 1, S.156 dort für das Erde-Mond-Baryzentrum 10^{-4} km, das entspricht in 1 AE Entfernung $1.4 \cdot 10^{-7}$; für die baryzentrischen Koordinaten der Sonne 10^{-3} km, was $1.4 \cdot 10^{-6}$ entspricht. Dieser Fehler kann also vernachlässigt werden.

Aus den rechtwinkligen Koordinaten werden geozentrische Polarkoordinaten R, α, δ der Sonne berechnet, an die Präzession, Nutation und Aberration angebracht werden. Dazu ist zu bemerken, daß ein Fehler des Zahlenwerts der Präzessionskonstanten p ($5029.0966/\text{cy}$) von der Größenordnung

1"/cy nicht auszuschließen ist. Die Präzession wurde nach den trigonometrischen Formeln für die fundamentalen Argumente ζ_A , z_A , θ_A und der Schiefe der Ekliptik ϵ als Funktion der Zeit T nach dem Astronomical Almanac 1984, S. S19 berechnet (nach Lieske). Für die Nutation wurde die 1980 von der IAU angenommene Theorie der Nutation nach Wahr verwendet (Quelle: Astronomical Almanac 1984, S. S21 ff.). Die Aberration der Sonne wird vereinfacht nach der Formel $\Delta\lambda = -20''.49552/R$ berechnet. (Die Tangentialgeschwindigkeit der Erde bei der Bewegung um die Sonne ist nach dem Flächensatz proportional zu $1/R$).

Es wird mit einem Ausgangswert für ΔT von 0''0 gearbeitet. Jetzt soll die Anbringung der Zeitgleichung beschrieben werden:

Die Zeitgleichung EQ ist definiert als die Differenz der Stundenwinkel der wahren und der fiktiven Sonne.

$$EQ = t_{S,app} - t_{S,fict} = \alpha_{fict} - \alpha_{app} \quad (3.9.)$$

Die Rektaszension der fiktiven Sonne ist als Polynom in der Zeit T gegeben. Dieses Polynom hängt direkt mit der Definition der Beziehung zwischen GMST und UT zusammen (Explanatory Supplement, S.73-75): UT ist definiert als $UT = 12^h + (\text{Greenwich-Stundenwinkel eines Punkts mit Rektaszension } \alpha = R_U)$, wobei R_U festgelegt ist durch eine Gleichung der Form

$$R_U = c_1 + c_2(T_U) + c_3(T_U)^2 \quad (3.10)$$

mit T_U in julianischen Jahrhunderten von UT ab 12^h UT am 1900 Januar 0. Schreibt man in $T_U = 12^h + t_{\text{Greenw}}$ (Punkt mit R_U) für den Stundenwinkel $t = \text{Sternzeit} - \text{Rektaszension} = \text{GMST} - R_U$, so erhält man $T_U = 12^h + \text{GMST} - R_U$. Umgeschrieben gilt $\text{GMST} = T_U + R_U + 12^h$. Damit kann insbesondere die Sternzeit um 0^h UT jedes Tages errechnet werden. Die sogenannte fiktive mittlere Sonne ist nun definiert durch eine Gleichung mit den gleichen Koeffizienten wie R_U , nur für ET statt T_U :

$$\alpha_{\text{fiktiv}} = c_1 + c_2(ET) + c_3(ET)^2. \quad (3.11.)$$

Bei der folgenden Anwendung auf die Sonnenbeobachtungen von Hevelius wurde aber von einem Startwert $\Delta T = ET - UT = 0$ ausgegangen,

so daß der Unterschied zwischen α_{fiktiv} und R_0 hier nicht eingeht. Die seit 1984 gültige Definitionsgleichung der GMST und damit auch von R_0 ist die nach Aoki et al. (1982), wie sie auch im Jahrbuch 1984, S. S15 gegeben ist:

$$\text{GMST um } 0^{\text{h}}_{\text{UT1}} = 24110^{\text{s}}54841 + 8640184^{\text{s}}812866(T_0) + 0^{\text{s}}093104(T_0)^2 - 6^{\text{s}}2 \cdot 10^{-6}(T_0)^3. \quad (3.12.)$$

Die Zeitgleichung EQ erlaubt nun die Umrechnung von GHAS in UT:

$$\text{UT} = 12^{\text{h}} + \text{GHAS} - \text{EQ}(12^{\text{h}} + \text{GHAS}) \quad (3.13.)$$

Dazu wird EQ nach Gleichung (3.9.) für das Argument $12^{\text{h}} + \text{GHAS}$ ausgewertet. Eigentlich müßte das Argument von EQ die ganze rechte Seite $12^{\text{h}} + \text{GHAS} - \text{EQ}$ sein, aber der Fehler, den man dadurch begeht, ist betragsmäßig < 0.824 . In 0.824 ändert sich $\lambda_{\odot}$ um ≈ 0.01 , was vernachlässigt werden kann.

Nun wird die Ephemeride zu UT ausgewertet und $\Delta\delta = \delta_{\text{Hévelius}} - \delta_{\text{DE 102}}(\text{UT}) = (\text{observed} - \text{calculated}) = \text{O} - \text{C}$ gebildet.

Die Ephemeride hat als Argument Ephemeridenzeit ET und nicht UT. Aus diesem Grund, sowie wegen der Meßfehler und möglicherweise wegen des Einflusses weiterer Größen (Unbekannten) existiert eine Differenz $\Delta\delta$ zwischen Beobachtung und Ephemeride: Der Zeitdifferenz $\Delta T = \text{ET} - \text{UT}$ entspricht ein $\Delta L'$ (Differenz der mittleren Länge der Sonne); das ist der Winkel den die Sonne während ΔT längs der Ekliptik zurücklegt. Dieses $\Delta L'$ bewirkt ein $\Delta\delta_{\text{Sonne}}$, das mit der Periode 1 Jahr variiert. An den Solstitien ändert sich δ durch $\Delta L'$ nicht; an den Äquinoktien ist der Effekt maximal: am Frühlingsäquinoktium hat $\Delta\delta$ das gleiche Vorzeichen wie $\Delta L'$, am Herbstäquinoktium das entgegengesetzte. Der entsprechende Term ist proportional zum Cosinus der Rektaszension der Sonne $\cos\alpha_{\odot}$.

3.4. Der Ansatz der Ausgleichsrechnungen

Aus den $\Delta\delta$ sollen durch Ausgleichsrechnung 5 Unbekannte bestimmt werden. Der bekannte Ansatz für Deklinationen der Sonne lautet (s. z.B. Schmeidler 1965):

$$\Delta\delta = -D + \sin \epsilon \cos \alpha \Delta L + \sin \alpha \Delta \epsilon + 2 \cos \alpha \sin \delta \Delta h' - 2 \sin \epsilon \cos^2 \alpha \cos \delta \Delta k'. \quad (3.14)$$

Dabei ist D eine Korrektur zu den Deklinationen bzw. zur verwendeten geografischen Breite, $\Delta \epsilon$ eine Korrektur zur Schiefe der Ekliptik, und $\Delta h'$, $\Delta k'$ Korrekturen zu den Bahnelementen der Erdbahn. h und k sind definiert als $h = e \cos(\text{Länge des Perihels der Erdbahn})$, $k = e \sin(\text{Länge des Perihels der Erdbahn})$.

Falls der verwendete Zahlenwert der Refraktionskonstanten r um Δr zu korrigieren ist, ändern sich bei der geografischen Breite von Danzig die Rechenergebnisse für D um $+1.9371 \Delta r$, $\Delta \epsilon$ um $-1.791 \Delta r$, und es gibt noch einen Term $-0.6043 \cos(2\alpha) \Delta r$, der sich hauptsächlich auf $\Delta k'$ auswirkt.

Eine etwaige Korrektur zur Präzessionskonstanten Δp fügt zu $\sin \epsilon \Delta L$ noch $\Delta p \sin \epsilon T_{50}$ hinzu, wobei T_{50} die Zeit in Jahrhunderten ab 1950.0 gerechnet ist.

3.5. Diskussion der $\Delta\delta$

Zunächst werde die Häufigkeitsverteilung der $\Delta\delta$ für N=1519 Beobachtungen (1385 aus Machina Coelestis +105 aus Annus Climactericus +27 bzw. 2 "Ausreißer", die bei der weiteren Auswertung weggelassen wurden) aufgelistet. Die Breite eines Intervalls ist $0^{\circ}003 = 10''8$. Intervall Nummer 27 enthält $O-C=0^{\circ}0$. Die beiden äußersten Intervalle, Nummer 1 und 53, beinhalten auch alle Punkte mit noch größerem Betrag(O-C). Der Bereich der 53 inneren Intervalle ist $0^{\circ}159 = 572''4 = 9^{\circ}54$.

Tabelle 3.8. Histogramm der $\Delta\delta$ der Sonnenbeobachtungen

Erste Zeile=Nummer des Intervalls, zweite Zeile=Anzahl

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0	1	0	1	1	1	2	3	4	6	10	15
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
25	26	51	73	94	118	141	143	140	120	112	94	85

27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
83	43	41	25	20	11	10	6	2	3	2	3	0

40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0

53

0

Der Mittelwert der $\Delta\delta$ ist $-53^{\circ}4$, die Standardabweichung $51^{\circ}1$.

Jahresmittel der $\Delta\delta$, sowie Standardabweichung und Standardabweichung des Mittels gibt folgende Tabelle:

Tabelle 3.9. Jahresmittel der $\Delta\delta$ der Sonnenbeobachtungen

Jahr	Mittel	σ_1	σ_M	Anzahl N
1652	$-33^{\circ}8$	$29^{\circ}7$	$7^{\circ}2$	17
1653	-61.4	37.5	3.6	106
1654	-40.5	43.1	4.5	91
1655	-4.4	4.0	2.8	2
1656	-45.4	39.0	8.7	20
1657	-44.6	49.0	7.5	43
1658	-55.4	39.9	8.0	25
1659	-41.2	44.3	6.3	49
1660	-44.4	51.7	5.9	76
1661	-35.7	52.1	6.2	70
1662	-63.9	49.8	6.9	52
1663	-72.3	40.2	5.2	61
1664	-60.9	40.8	5.6	53
1665	-85.4	16.9	6.0	8
1666	-46.1	39.3	5.7	47
1667	-75.7	42.8	6.1	49
1668	-143.2	28.9	9.6	9
1669	-77.3	37.8	10.1	14
1670	-59.5	38.1	4.6	68
1671	-37.9	43.6	5.3	69

1672	-83.1	42.7	6.2	48
1673	-67.8	48.8	6.1	64
1674	-68.0	20.3	4.1	24
1675	-56.3	28.2	9.4	9
1676	+0.6	29.4	3.7	63
1677	-46.0	29.3	3.6	65
1678	-81.0	37.2	2.8	181
1679	-72.6	47.5	4.6	107

Man sieht, daß die Streuung der Jahresmittel untereinander in der Zeit bis 1661 wesentlich kleiner ist als ab 1662.

Der Arbeit von Rybka (1984) über den Sternkatalog von Hevelius sind in tabela 22 Zufallsfehler für die Sternörter des Katalogs von Hevelius zu entnehmen: für die Sterne bis $3^m4 \pm 72''$ in α und $\pm 48''$ in δ (83 Sterne). Hevelius bestimmte die Deklinationen der Sterne mit dem gleichen Instrument Quad. Az., mit dem er die Sonne beobachtete. Die Zahl für die Deklinationen der Sterne stimmt mit unseren Ergebnissen für die Sonnenbeobachtungen praktisch überein, obwohl Sonnen- und Sternbeobachtungen natürlich nur bedingt vergleichbar sind.

3.6. Graphische Darstellungen der $\Delta\delta$

Zeichnung I (Abb. 15) zeigt die $\Delta\delta$ als Funktion der Zeit T: Ein zeitlich konstantes ΔL führt in dieser Graphik zu einem cosinusförmigen Anteil mit einer Periode von einem Jahr. Ist ΔL zeitlich veränderlich, so ergibt sich eine Welle mit zeitabhängiger Amplitude, wie sie von gedämpften Schwingungen vertraut ist.

Von 1653 bis 1654 erfolgt ein leichter Anstieg der $\Delta\delta$ um 10-20". Anfang 1673 erfolgte ein kurzzeitiger Abfall der $\Delta\delta$ um ca. 100". Am Sommersolstitium und Herbstäquinoktium 1676 sieht man ein Ausweichen um ca. 50" nach oben, ebenso am Frühlingsäquinoktium 1677 und 1678. Dagegen sind Sommersolstitium 1677 und Jahresbeginn 1678 durchschnittlich. Am Sommersolstitium 1678 fällt die Punktwolke ca. 40" ab.

Es kann die Frage gestellt werden, ob in der Graphik eine ganz flache Sinuskurve enthalten ist. Von 1652 bis 1670 ist der mittlere Verlauf etwa eine halbe Sinuswelle; von 1670 bis 1679 eine Sinuswelle von ≈ 11 Jahren Periode. Änderte sich 1676 etwas Wesentliches an der Methode der Justierung?

Sind Sprünge der $\Delta\delta$ von 1' oder 2' Anzeichen für Ablesefehler?

Es wurde auch eine Zeichnung angefertigt, bei der die einzelnen Punkte linear verbunden wurden. Daran kann man erkennen, daß im Laufe der meisten Jahre typischerweise ein plötzlicher Abfall nach negativen Werten erfolgt in einer Art Stufe. Man kann diese Stufen in zwei Arten einteilen, Typ A und B genannt, die in Abb. 16 skizziert sind. Die folgende Übersicht soll das Vorkommen dieser zwei Arten zeigen:

Tabelle 3.10. Übersicht über das Verhalten der $\Delta\delta$ in den einzelnen Jahren

Jahr	Typ
1653	-

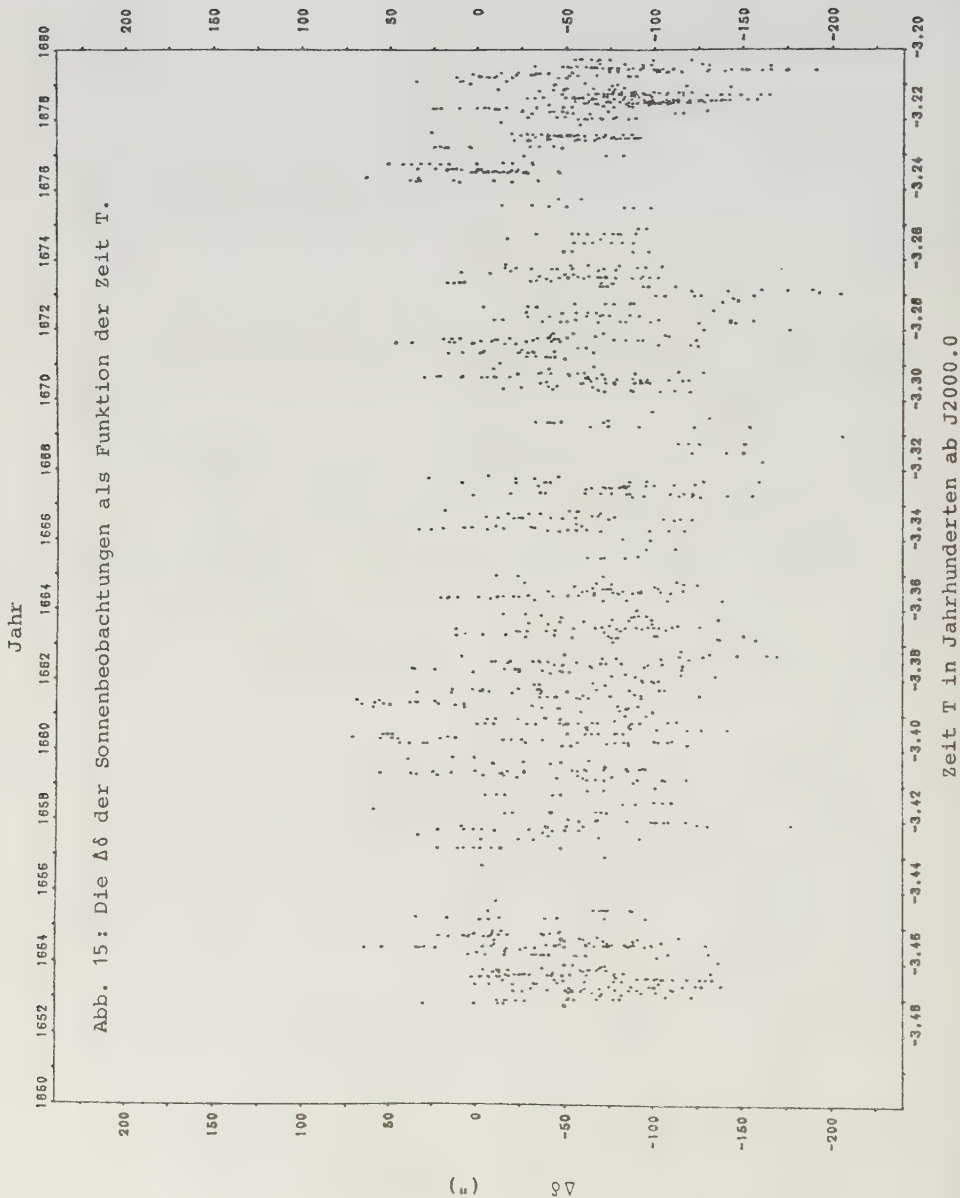
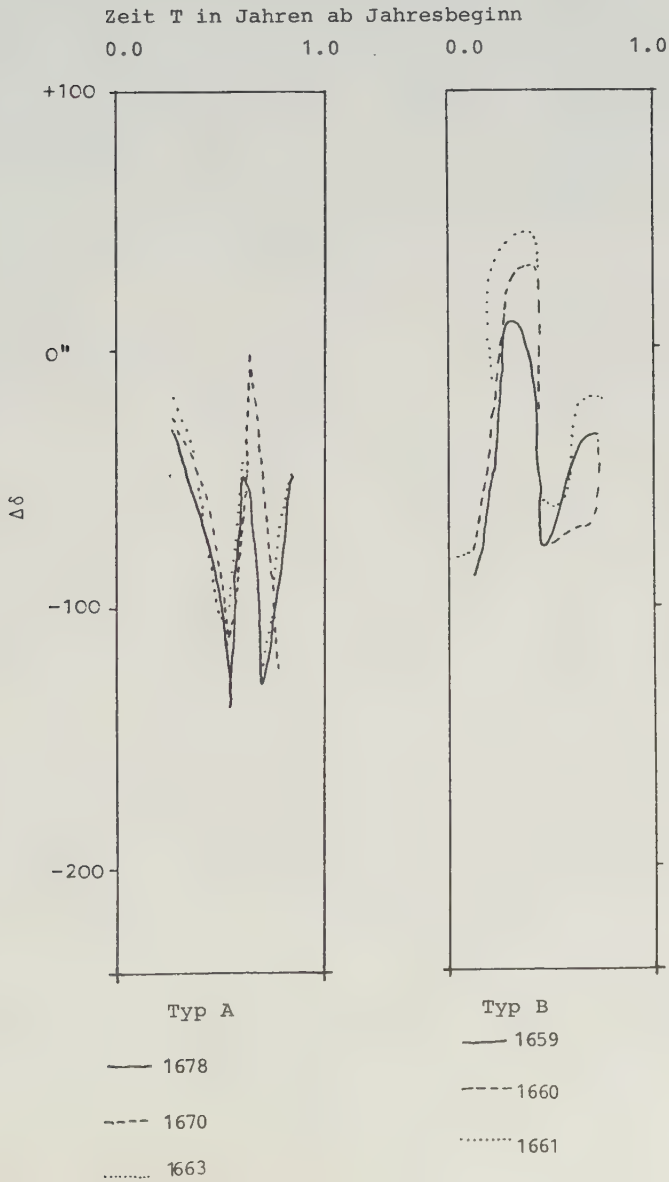


Abb. 16: Skizze zweier typischer jährlicher Verläufe
der $\Delta\delta$ der Sonnenbeobachtungen.



1654	B
1655	(B)
1656	-
1657	-
1658	B
1659	B
1660	B
1661	B
1662	?
1663	A+B
1664	B
1665	-
1666	B?
1667	B?
1668	-
1669	B?
1670	A
1671	A
1672	A
1673	-
1674	-
1675	-
1676	A
1677	konst
1678	A
1679	-

Es wurde versucht, durch Vergleich von Sternbeobachtungen mit Quad. Az. (Tomus II,1) mit Sonnenbeobachtungen im Jahr 1676 zu sehen, wie Sonnenbeobachtungen und Sternbeobachtungen südlich und nördlich des Zenits (Polarstern) aufeinanderfolgen und ob sich einzelne Gruppen erkennen lassen. Für 1676 wurde oben aus mehreren Meßreihen an der Sonne ein Wert für den Azimutfehler A_0 abgeleitet. Es läßt sich aber kein Muster erkennen.

Zur "Fieberkurve" der $\Delta 6$ im Jahr 1676 ist zu sagen: Kann man

Gruppen für $\Delta\delta$ nach dem Vorzeichen erkennen? Gibt es einen starken Sprung nach März 27? Der Sommer 1677 ist in dem Bild sozusagen eine konzentrierte Punktwolke.

Abb. 17 zeigt eine analoge Zeichnung mit linearer Verbindung für die letzten Jahre 1676 mit 1679. Die 416 Punkte sind durch Strecken verbunden. An mehreren Stellen scheint es, als wären die Punkte auf einer monoton verlaufenden Linie aufgereiht; Mitte 1676 und Mitte 1678 z.B. erkennt man einen Anstieg zu positiven Werten, sowie Mitte 1679 einen ausgeprägten Abfall und anschließenden Anstieg. Dazu ist noch zu bemerken, daß die differenzierte Zeitreihe ($\Delta\delta_{i+1} - \Delta\delta_i$) eine Standardabweichung von nur $\pm 35''$ hat, während die ursprünglichen $\Delta\delta$ eine Standardabweichung von $\pm 45''$ aufweisen.

In Zeichnung II (Abb. 18) sind die $\Delta\delta$ als Funktion der Rektaszension $\alpha_{\odot}$ aufgetragen. Das Ergebnis der Ausgleichsrechnung mit $N=1490$ ist als Kurve eingezeichnet. Auffallend ist die dichte Punktwolke nahe dem Sommersolstitium. Nahe den Äquinoktien, $\alpha=0^\circ$ bzw. 180° treten Sprünge auf. Liegt ein jahreszeitlich variabler Zenitfehler vor? Eine Freihandkurve (Abb. 19a) hat einen Verlauf annähernd proportional $-\sin\alpha$, was einem betragsmäßig großen $\Delta\epsilon$ -Term entspricht. In Abb. 19b sind auch alle kürzerperiodischen Buckel eingetragen.

Nun können einige Überlegungen zur Doppelwelle in Zeichnung II (Abb. 18) angestellt werden: Wird sie verursacht durch den Gang der Temperatur mit der Jahreszeit? Im Frühjahr wird es z.B. sehr plötzlich warm, im Spätsommer gibt es einen Temperatursturz, nach dem es wieder etwas wärmer wird.

Oder handelt es sich um jahreszeitlich variable Aufstellungs- oder Justierungsfehler? Geht der Einfluß der Teilungsfehler, der nach Rybka (1984) besteht, so stark ein? Wenn der ganze jahreszeitliche Gang durch Teilungsfehler erklärt werden kann, sollte Graphik III (die $\Delta\delta$ als Funktion von δ , Abb. 22 s.u.) eindeutig sein, was aber nicht streng der Fall ist.

Bei $\alpha=90^\circ$ (Sommersolstitium) streuen die früher ermittelten $A0$ sehr, die $\Delta\delta$ dagegen wenig. Ist die große Streuung der $A0$

Jahr

1676

1677

1678

1679

1680

Abb. 17: Die $\Delta\delta$ der Sonnenbeobachtungen als Funktion der Zeit für die Jahre 1676-1679

N=416

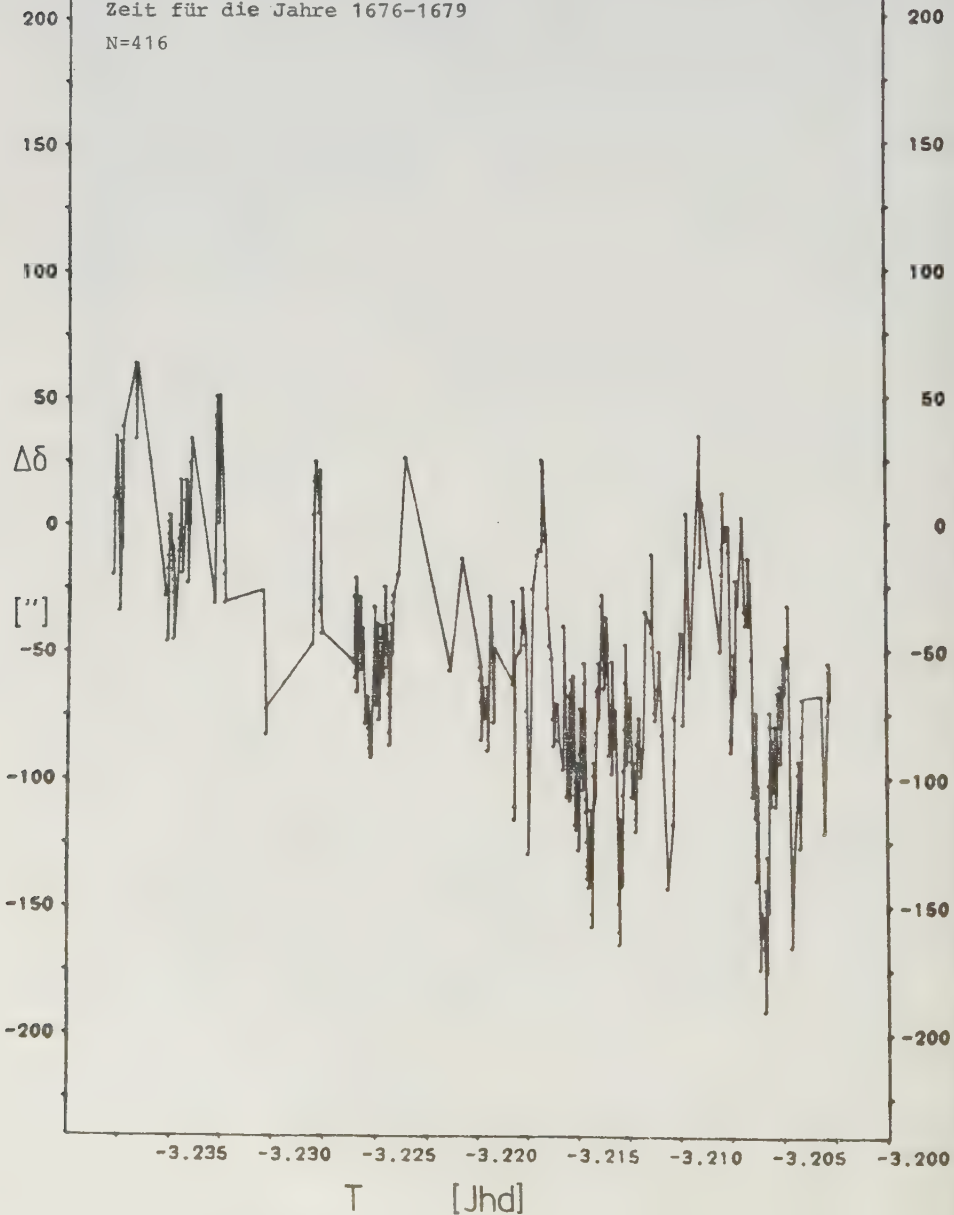
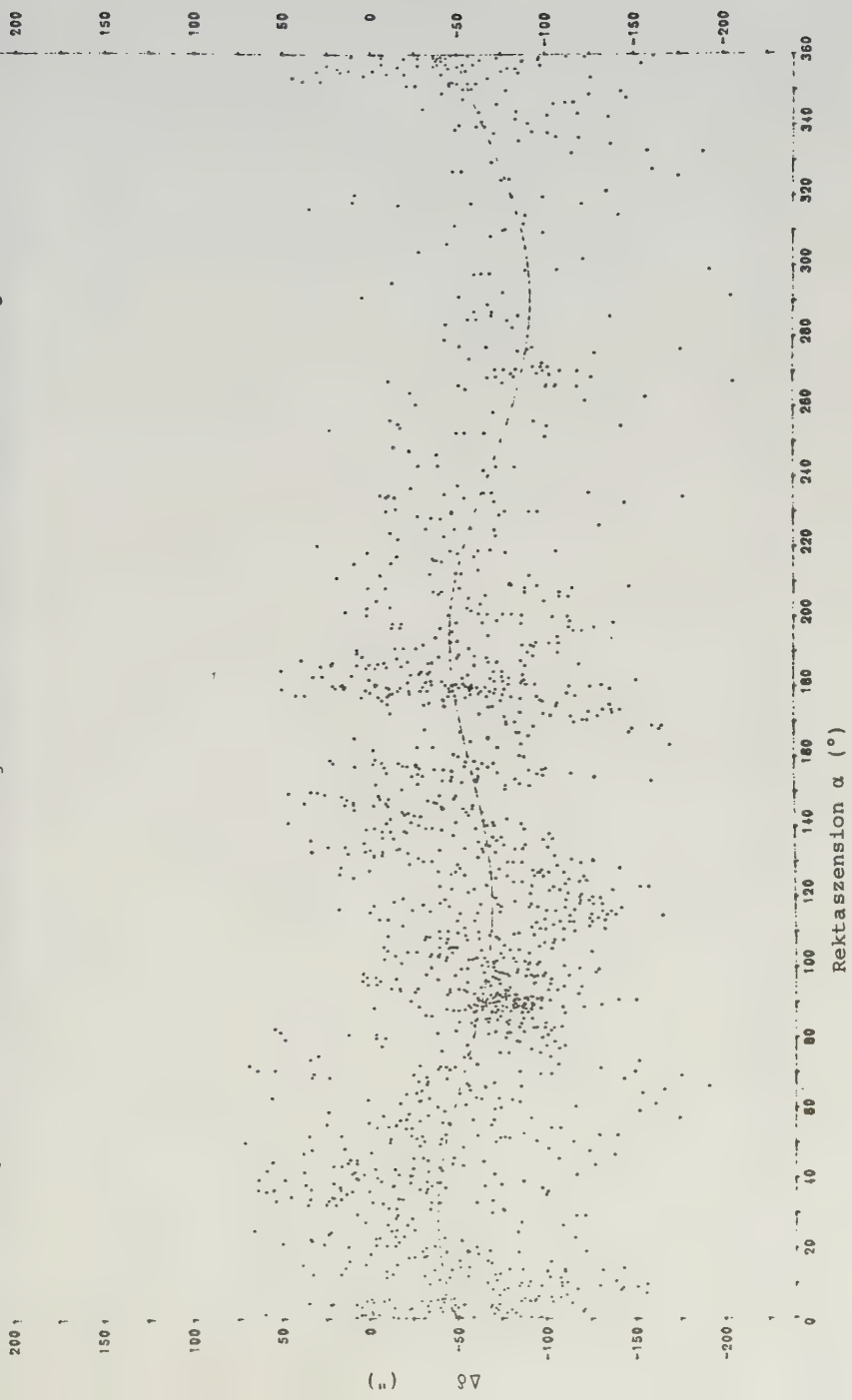


Abb. 18: Die $\Delta\delta$ der Sonnenbeobachtungen als Funktion der Rektaszension α N=1490



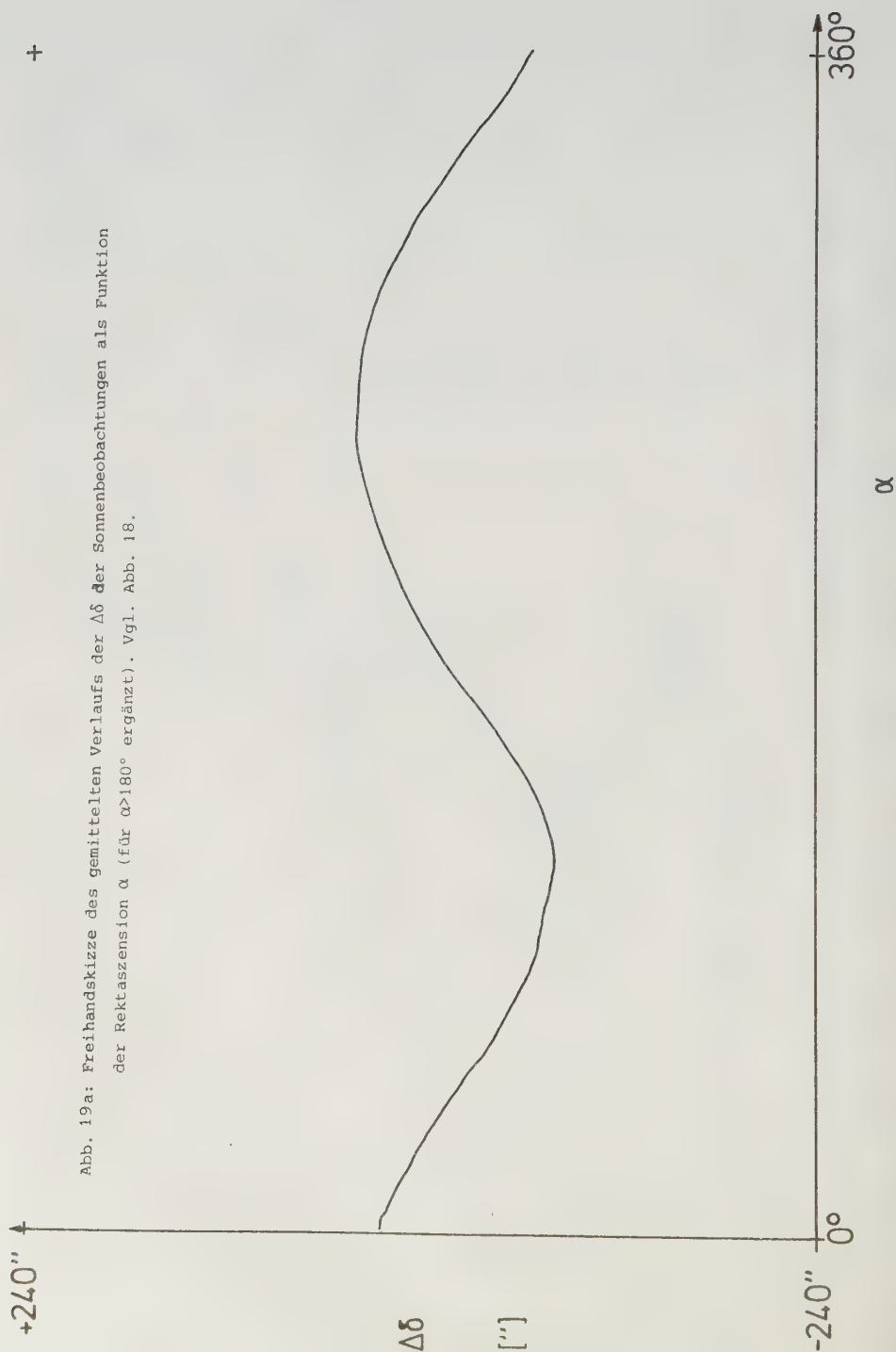


Abb. 19a: Freihandskizze des gemittelten Verlaufs der $\Delta\delta$ der Sonnenbeobachtungen als Funktion der Rektaszension α (für $\alpha > 180^\circ$ ergänzt). Vgl. Abb. 18.

+

+240"

Abb. 19b) Freihandskizze des Verlaufs der $\Delta\delta$ als Funktion von α mit kürzerfristigen Schwankungen.
Vgl. Abb. 18. (α = Rektaszension)

["']

$\Delta\delta$



-240"

0°

α

360°

+

durch starke Sonneneinstrahlung bedingt? Wenn die Südrichtung nachts eingestellt wurde, kann sich das Instrument tagsüber verändert haben. Ein solcher Effekt würde sein Maximum im Sommer annehmen.

In einer weiteren Zeichnung (Abb. 20) der $\Delta\delta$ als Funktion von α wurden alle Punkte linear verbunden, um die zeitliche Aufeinanderfolge besser zu sehen. Bei $\alpha=35^\circ$ und 145° gibt es Spitzen nach positiven Werten; dies entspricht $\delta=+14^\circ$, $z=40^\circ$. Die Abb. vermittelt den Eindruck einer Sägezahnkurve. Nach $\alpha=0^\circ$ und vor $\alpha=180^\circ$ gibt es auffallende Minima. Entspricht dies Teilungsfehlern? Diese Minima sind ausgerechnet nahe den Äquinoktien, wo der Effekt von ΔL am wichtigsten wäre. Nahe $\alpha=90^\circ$ besteht keine Symmetrie zu $\alpha=90^\circ$. Dies ist wohl ein jahreszeitlicher Effekt; das Temperaturmaximum tritt erst einige Wochen nach dem Sommersolstitium ein.

Abb. 21 enthält die Ausgleichskurven für 7 Teilgruppen der Daten, wie in dem Abschnitt über die Ausgleichsrechnungen beschrieben. Die Kurven liegen am Sommersolstitium $\alpha=90^\circ$ eng benachbart, weichen aber bei $\alpha=270^\circ$ stark voneinander ab.

In Zeichnung III (Abb. 22) sind die $\Delta\delta$ als Funktion von δ zu sehen. Kann man Teilungsfehler erkennen? Man sieht eine starke Häufung nahe $\delta=0^\circ$, also am Äquinoktium und bei $\delta=+23\frac{1}{2}^\circ$, am Sommersolstitium. Bei $\delta=+4^\circ$ sind die Werte stärker negativ, dann wachsen sie bis $\delta=+15^\circ$ wieder an und fallen bis $\delta=+23\frac{1}{2}^\circ$ ab. Für $\delta>+15^\circ$ sind die Werte in der Zeit zwischen Frühlingsäquinoktium und Sommersolstitium systematisch positiver als zwischen Sommersolstitium und Herbstäquinoktium: bei der Darstellung der einzelnen Punkte am Graphikbildschirm wird eine Art Bogen durchlaufen. In Abschnitt 3.7. werden Mittelwerte der $\Delta\delta$ als Funktion von δ mit Teilungsfehlern, die von Rybka (1984) abgeleitet wurden verglichen.

Abb. 20: Die $\Delta\delta$ als Funktion von α mit linearer Verbindung zeitlich aufeinanderfolgender Punkte.

Vgl. Abb. 18. (α = Rektaszension)

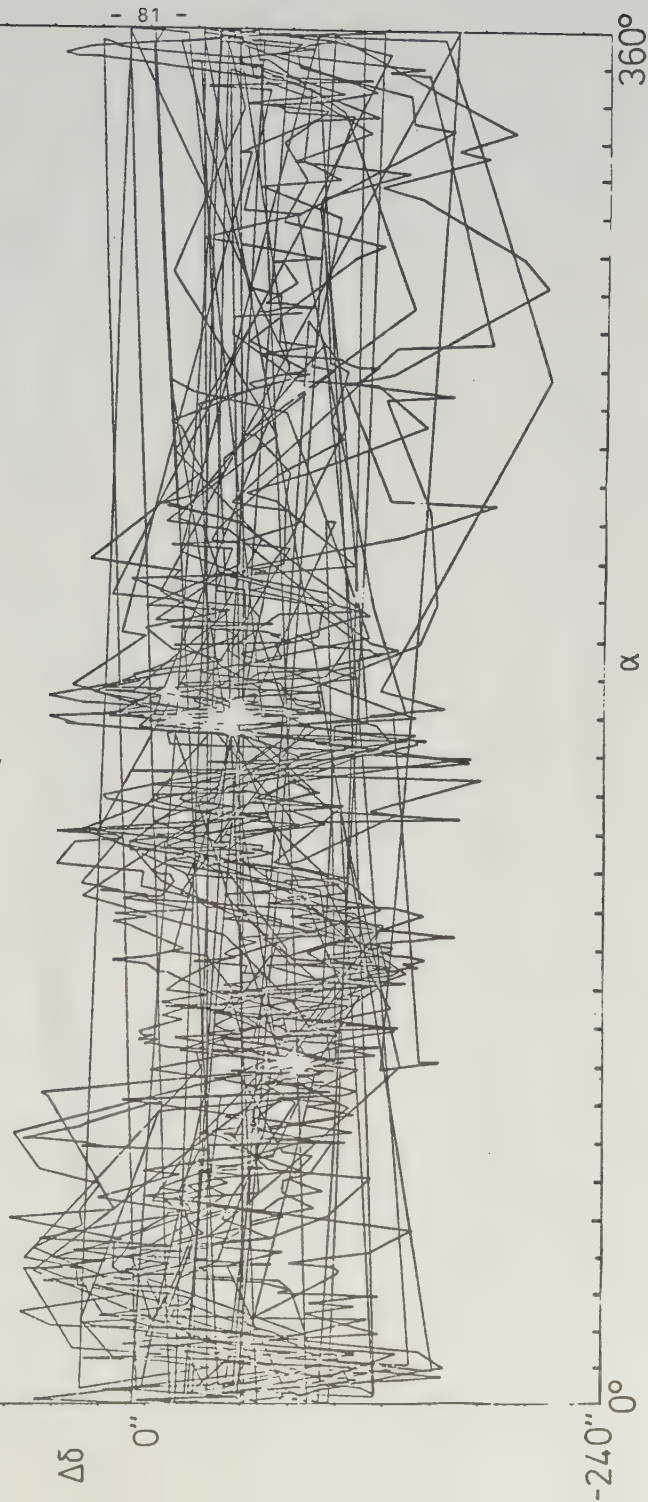


Abb. 21: Ausgleichskurven für die sieben Teilgruppen der Daten
Die Nummer der Gruppe ist jeweils dazugeschrieben.

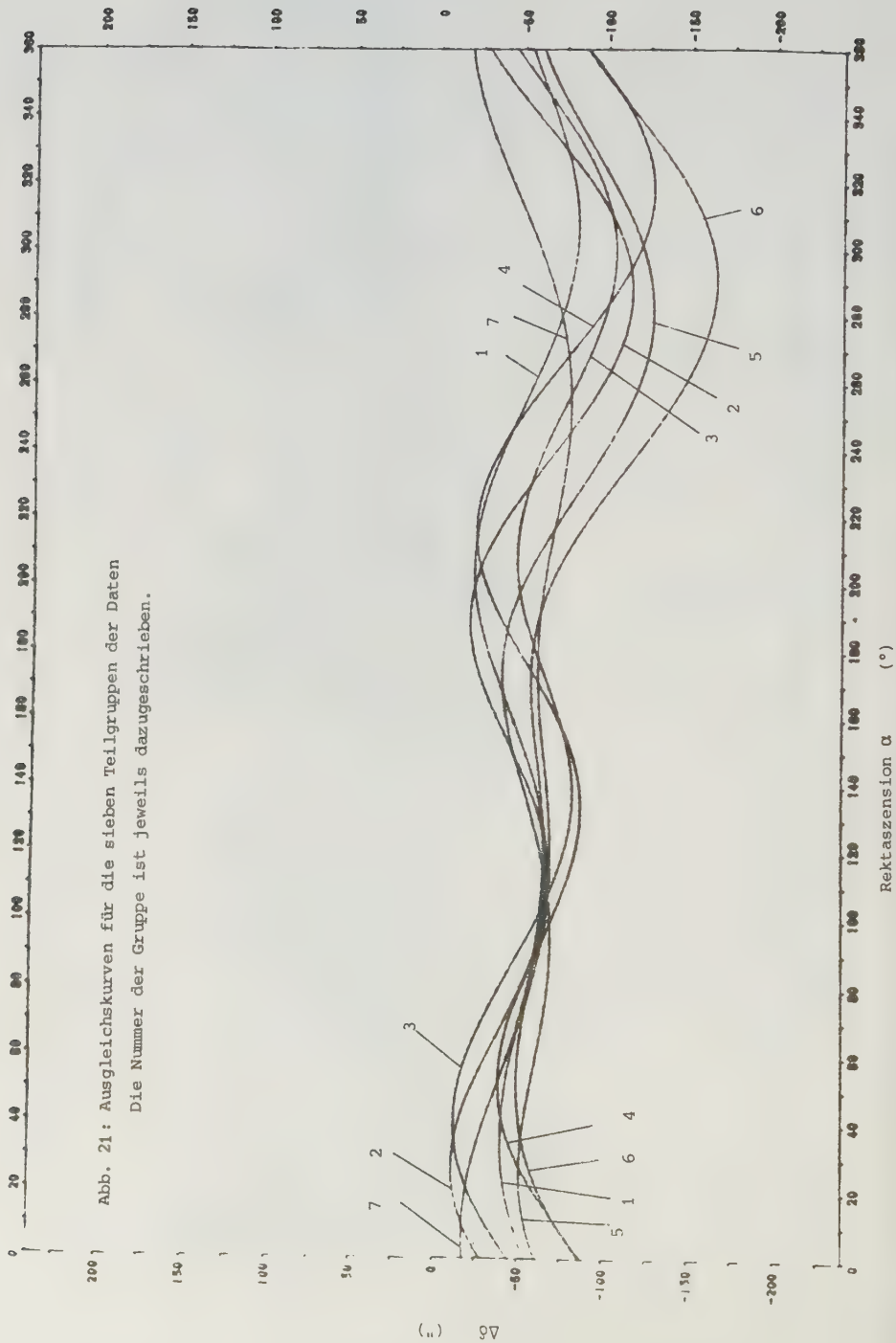
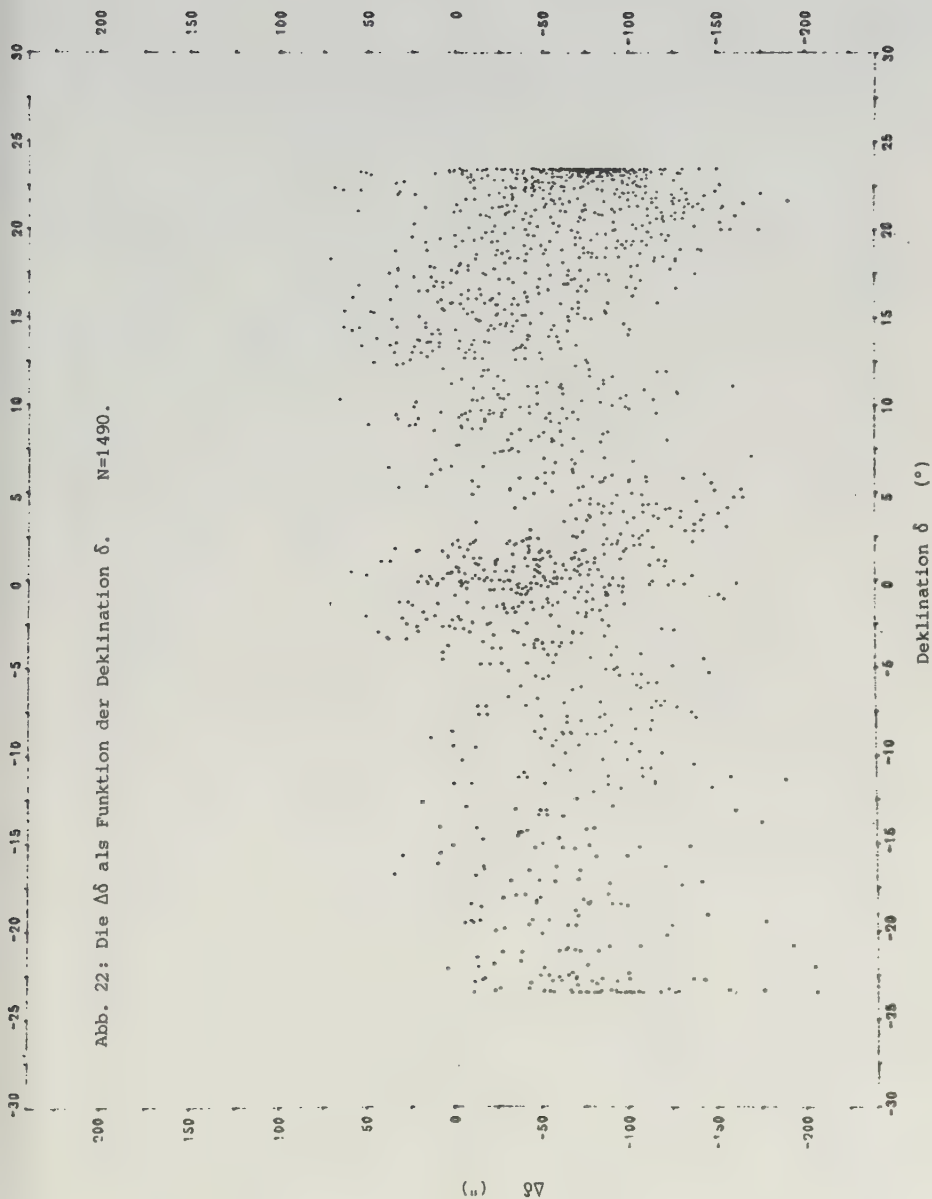


Abb. 22: Die $\Delta\delta$ als Funktion der Deklination δ . $N=1490$.



3.7. Bemerkungen über die Tabellen von Teilungsfehlern des
Azimutalquadranten, die von Rybka (1984) aus dem Sternkatalog
des Hevelius abgeleitet wurden

Einleitend ist zu sagen, daß bei graphischen Darstellungen immer auf den Maßstab in beiden Achsenrichtungen zu achten ist; Übereinstimmungen von Kurven können durch verschiedenen Maßstäbe oder Verzerrungen vorgetäuscht werden.

Auf der Abb. 23 ist als Funktion von δ dargestellt Rybka's tabela 14+der Refraktionsbetrag ΔR , wobei $\Delta R = 60'' \cdot \tan(\varphi - \delta)$ ist. Die Werte in Rybka's Tabelle gelten in dem Sinne FK4-Hevelius. Sie sind in Abb. 23 mit nach unten anwachsenden Werten aufgezeichnet, um den Vergleich mit den Ergebnissen dieser Arbeit (Abb. 24), die in dem Sinne (Hevelius - Ephemeride) gerechnet sind zu erleichtern. Es handelt sich um die ungeglätteten Werte, wohl Mittelwerte von benachbarten Sternen. Die Punkte sind durch Strecken verbunden. Bei $\delta = +9^\circ$ gibt es z.B. eine Spitze nach negativen Werten. In der tabela 14 ist auch der mittlere Fehler jedes einzelnen Wertes angegeben, typischerweise zwischen 10" und 20". Folgender Ausschnitt aus tabela 14 umfaßt den für Sonnenbeobachtungen wichtigen Bereich:

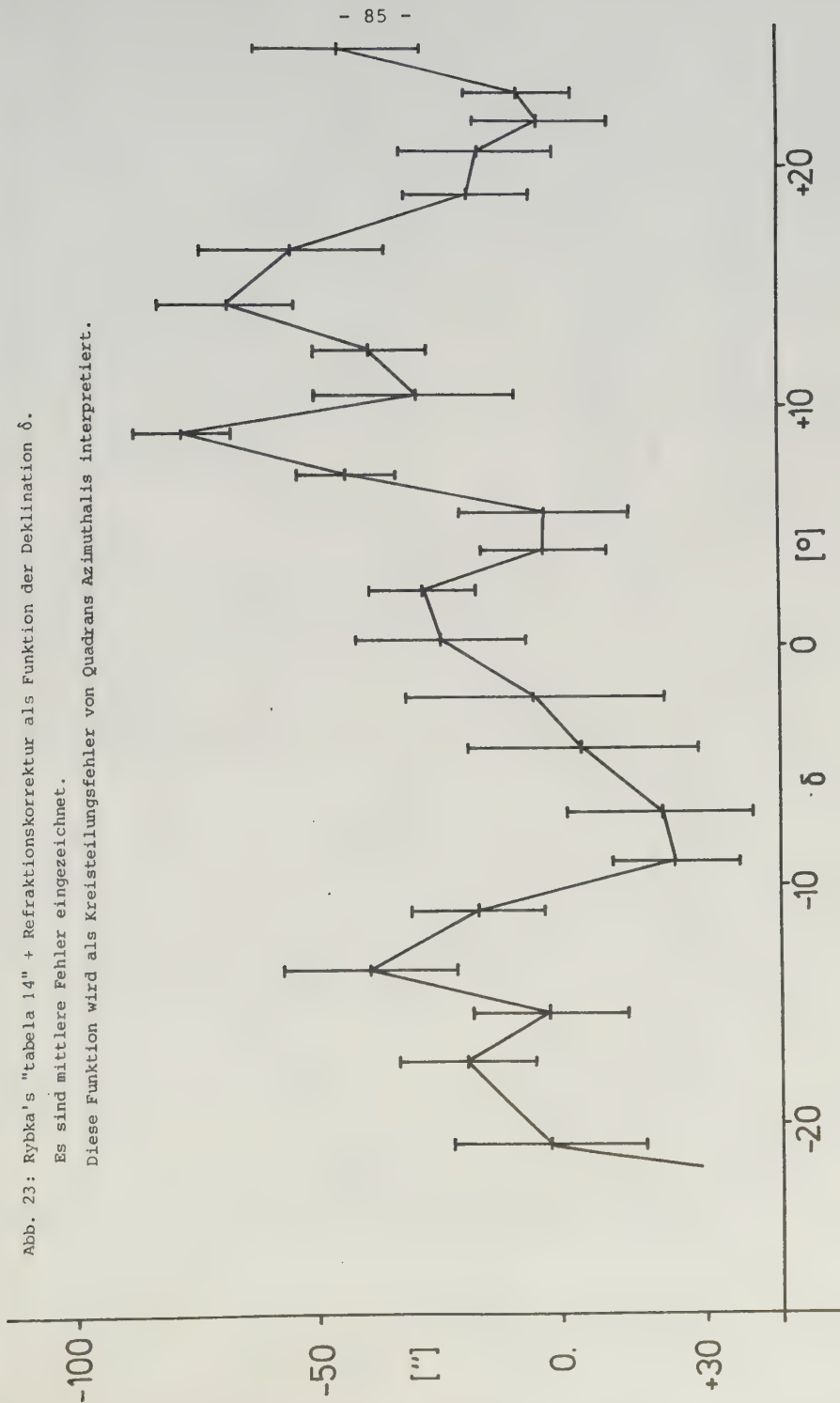
Tabelle 3.11. Teilungsfehler nach Rybka

δ	$\Delta\delta + \Delta R$	$\pm$
-24.0	+91.7	8"
-20.9	-2.6	20
-17.5	-19.6	14
-15.4	-2.0	16
-13.6	-39.6	18
-11.2	-16.8	14
-9.2	+23.8	13
-7.1	+21.5	20
-4.4	+5.1	24
-2.2	-5.0	27
+0.2	-23.8	18
+2.3	-27.9	11

Abb. 23: Rybka's "tabela 14" + Refraktionskorrektur als Funktion der Deklination δ .

Es sind mittlere Fehler eingezeichnet.

Diese Funktion wird als Kreisteilungsfehler von Quadrans Azimuthalis interpretiert.



+4.0	-2.5	13
+5.6	-2.5	18
+7.2	-44.2	10
+8.9	-77.9	10
+10.5	-29.3	21
+12.4	-39.0	12
+14.3	-68.5	14
+16.6	-54.5	19
+18.8	-18.0	13
+20.6	-15.8	16
+22.0	-2.9	14
+23.1	-7.5	11
+25.0	-45.2	17

Die nächste Abb. 24 zeigt als Funktion von δ die Mittel der $\Delta\delta$ (O-C) von 47 Intervallen zu 1° in δ , von $-23^\circ 5'$ bis $+23^\circ 5'$ wie sie durch Vergleich der Sonnenbeobachtungen von Hevelius mit DE 102 erhalten wurden und die mit dem vorhergehenden Bild der $\Delta\delta + \Delta R$ nach Rybka verglichen werden sollen. Bei $\delta = +9^\circ$ ist hier z.B. eine Spitze nach positiven Werten. Beim Vergleichen der Zeichnungen besteht optisch eine gute Übereinstimmung. Der Korrelationskoeffizient zwischen beiden Datenmengen ist -0.735 ± 0.11 ($N=18$).

Tabela 21 gibt die $\Delta\delta_0$ geglättet, die Korrektur ΔR und Werte, bei denen ΔR angebracht ist. Die nächste Abb., Abb. 25 zeigt tabela 21, S.183: eine geglättete Kurve als Funktion von δ , wegen Refraktion korrigiert. Wie in Abb. 23 nehmen die Ordinatenwerte nach unten zu. Die Spitze bei $\delta = +9^\circ$ ist verschwunden. Man sieht ein Maximum, eine Spitze nach positiven Werten, bei $\delta = +22^\circ$; ein weiteres Maximum bei $\delta = -5^\circ 5'$ und ein Minimum bei $\delta = +12^\circ 5'$.

Noch eine Bemerkung zu den verschiedenen Maßstäben: wenn man tabela 21 in Zeichnung III (Abb. 22) einzeichnet, ist der Maßstab ganz anders, die Kurve sieht nicht so unregelmäßig aus, sondern viel flacher und weniger stark variabel (Abb. 26).

In einigen Ausgleichsrechnungen in Abschnitt 3.8. wurden die Teilungsfehler nach Rybka an die $\Delta\delta$ angebracht. Dabei wird

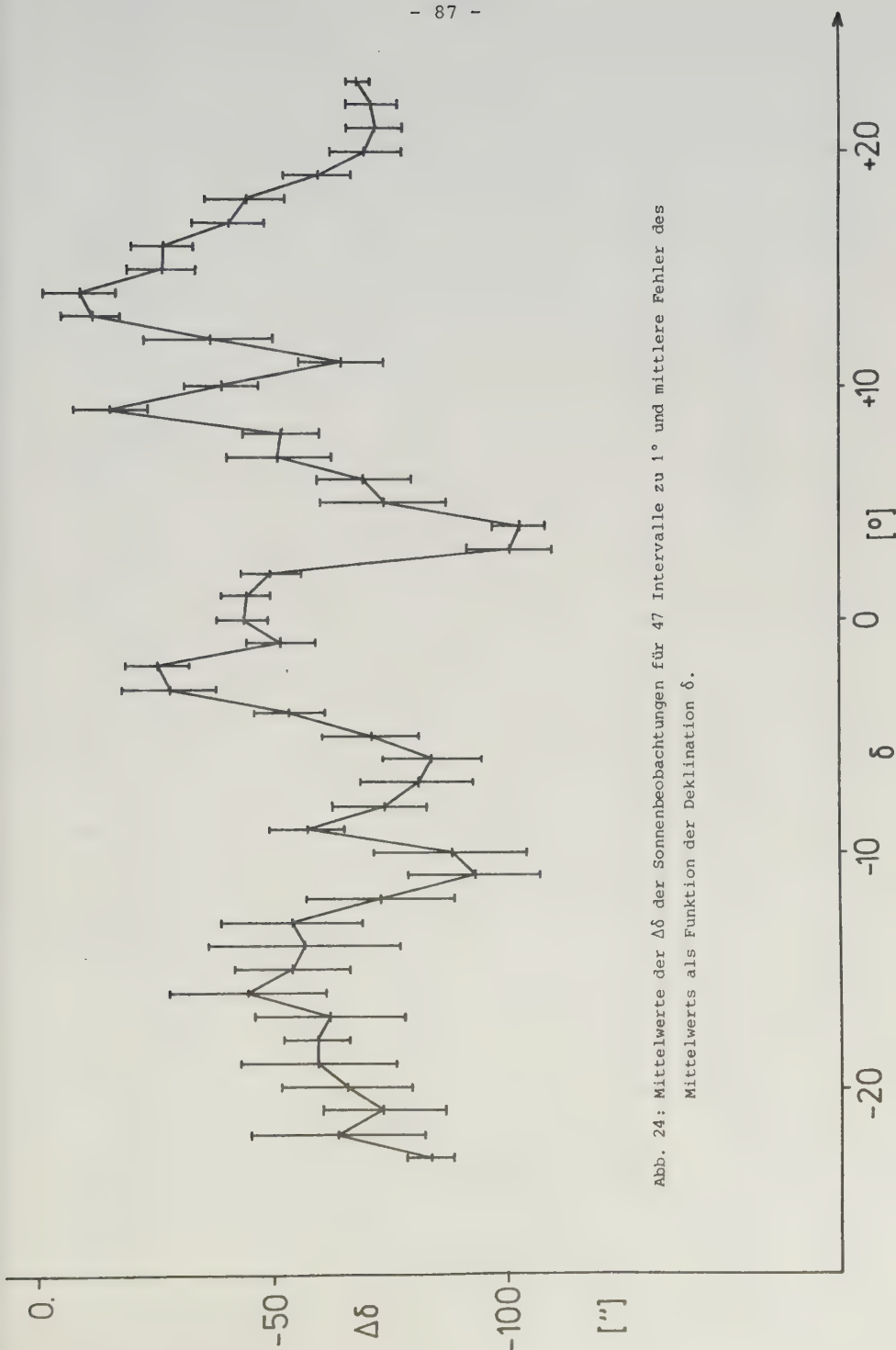


Abb. 24: Mittelwerte der $\Delta\delta$ der Sonnenbeobachtungen für 47 Intervalle zu 1° und mittlere Fehler des Mittelwerts als Funktion der Deklination δ .

Abb. 25: Die geglätteten Teilungsfehler nach Rybka (tabela 21) als Funktion der Deklination δ .

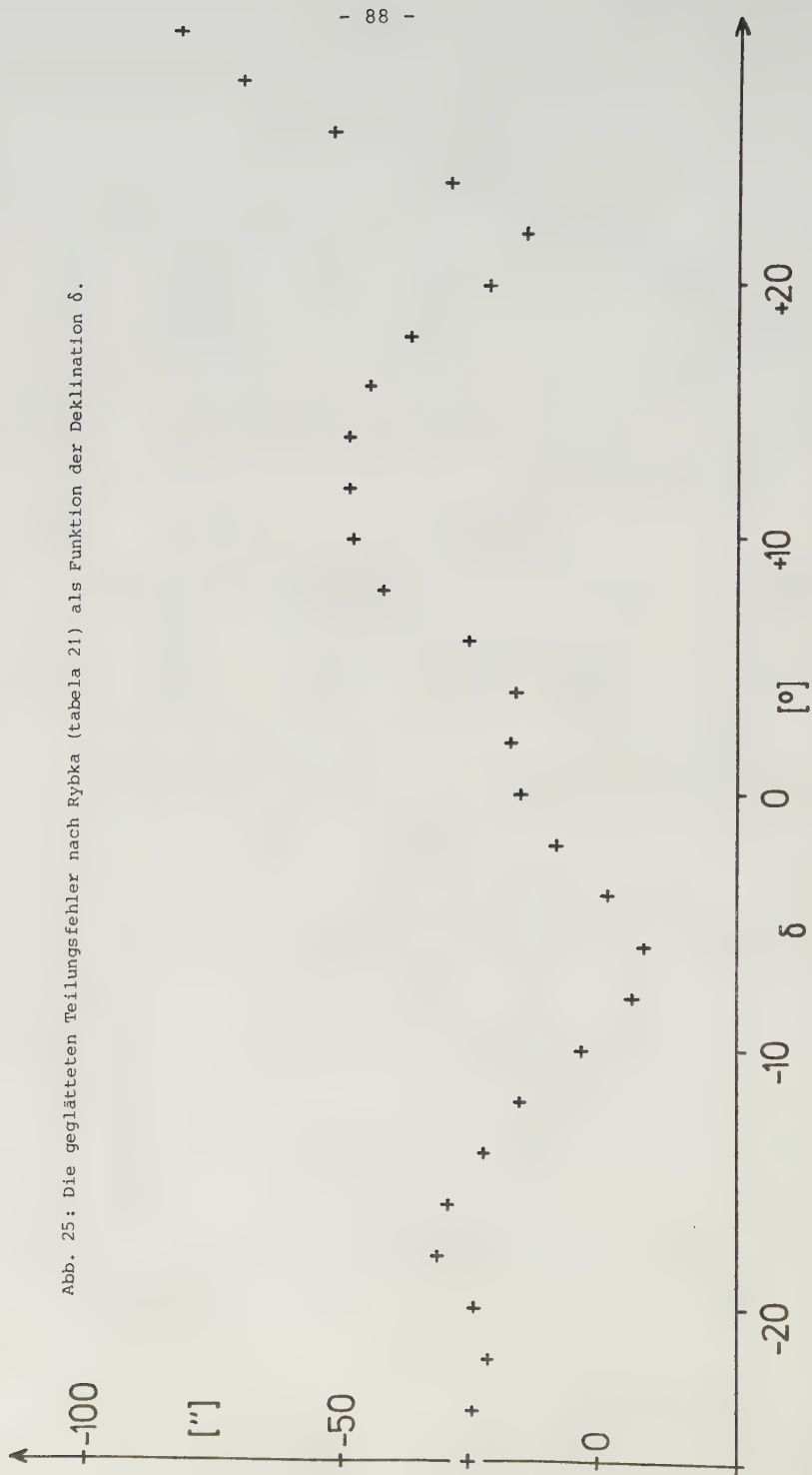
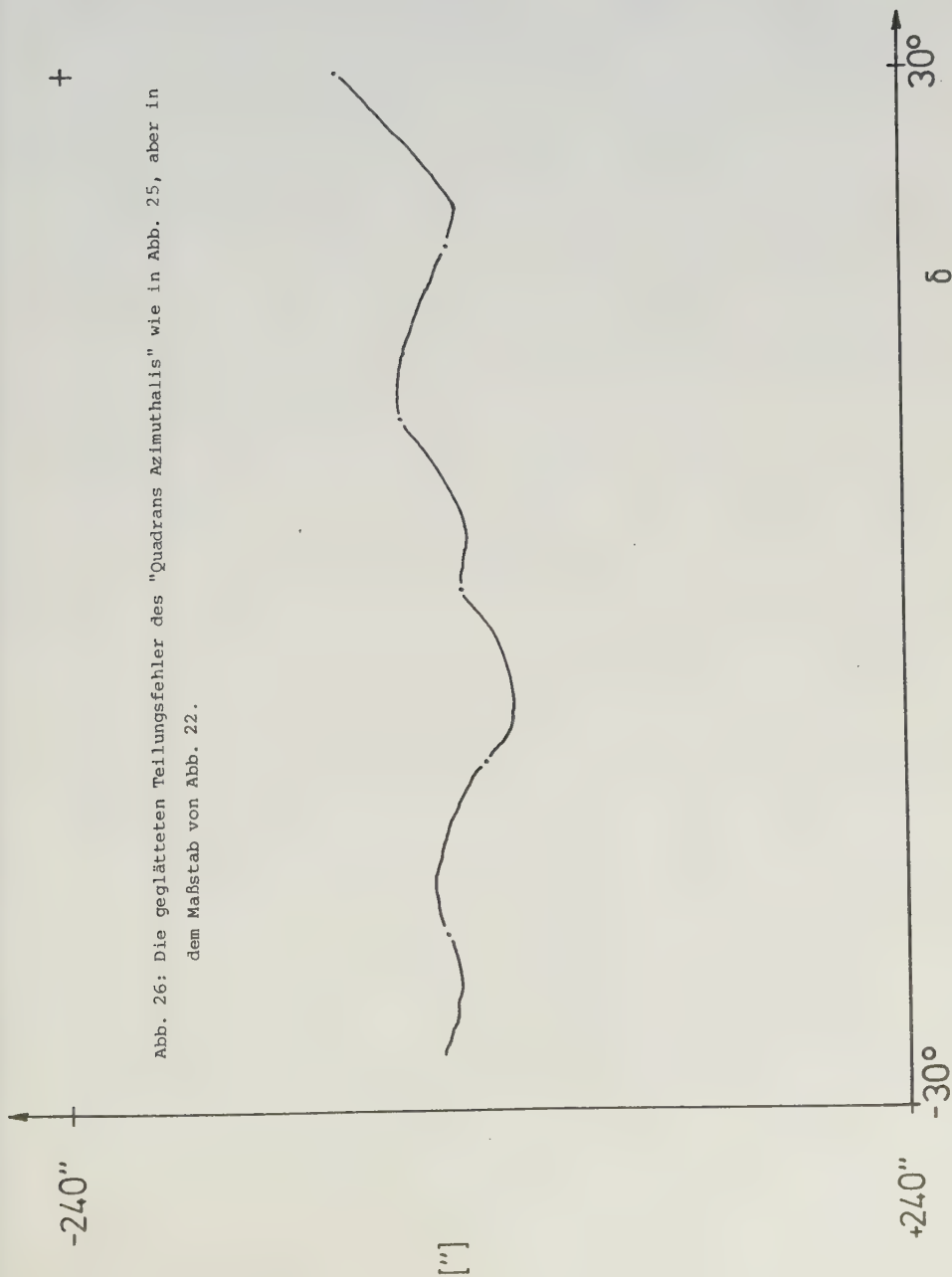


Abb. 26: Die geglätteten Teilungsfehler des "Quadrans Azimuthalis" wie in Abb. 25, aber in dem Maßstab von Abb. 22.



vorausgesetzt, daß Stern- und Sonnenbeobachtungen miteinander verglichen werden können. Die ungeglätteten bzw. geglätteten Teilungsfehler werden für die Rechnung durch Streckenzüge dargestellt.

3.8. Die Ausgleichsrechnungen für die Sonnenbeobachtungen

Tabelle 3.12. gibt einen Überblick über Ausgleichungen der $\Delta\delta$ mit 5 Unbekannten für verschiedene Teilmengen der Daten. (Zur Methode der kleinsten Quadrate ist einiges in Anhang 2 gesagt.) x_1 bedeutet D , $x_2 = \Delta L$, $x_3 = \Delta\epsilon$, $x_4 = \Delta h'$, $x_5 = \Delta k'$ (vgl. die Beschreibung des Ansatzes in Abschnitt 3.4.). f ist der mittlere Fehler einer Einzelmessung. Zeile 1 bezieht sich auf 1385 Punkte für Beobachtungen nach Machina coelestis. (Von 1412 Messungen mit gemessenem Azimut $= 0^\circ$ wurden 27 krasse Ausreißer weggelassen; siehe Tabelle A2 im Anhang 1). Von den ursprünglich 1568 Sonnenbeobachtungen in Machina coelestis wurden 9 weggelassen und 10 als vermutliche Druckfehler geändert, siehe Tabelle A1 im Anhang 1.

Bei der Rechnung mit $N=1385$ (Programm FLQ) ergibt sich $\Delta L = -5''.4 \pm 4''.3$. Zeile 2 mit $N=1490$ enthält auch noch 105 weitere Beobachtungen aus Annus Climactericus. Hier wird $x_2 = -1''.6 \pm 4''.3$, also näher an $0''$, etwa eine Standardabweichung positiver als bei Zeile 1. Läßt man nun die 20 Werte mit den betragsmäßig größten Residuals fort, liefert eine Ausgleichsrechnung das in Zeile 3 angegebene Resultat $x_2 = -1''.4 \pm 4''.1$.

Zeile 4 zeigt eine Rechnung mit einer Teilmenge von 1074 Punkten, das sind alle Beobachtungen bis einschließlich 1675. Hier wird ΔL betragsmäßig groß: es wird $-17''.2 \pm 4''.7$, also ein sehr stark von den obigen abweichendes Ergebnis. Rechnung 5 bezieht sich auf 769 Punkte, nämlich alle Beobachtungen bis einschließlich 1667. Hier errechnet sich ein $\Delta L = -10''.1 \pm 5''.4$. $\Delta h'$ nimmt bei den beiden letzten Rechnungen sehr große Werte an ($+52''$ bzw. $+60''$). Bei allen vorherigen Ausgleichungen liegt $\Delta k'$ in der Nähe von $-30''$, $\Delta h'$ bei etwa $+35''$. Die signifikanten Werte von x_4 und x_5 sind wohl durch jahreszeitliche Temperaturschwankungen verursacht; so groß können die bei der Beschreibung des Ansatzes genannten Änderungen der Bahnelemente der Erdbahn nicht ausfallen. Die Minima der Doppelwellen fallen in die Monate Januar und Juli. Vermutlich sind Heizung des

Tabelle 3.12.

Übersicht über Ausgleichungen

N	$x1 = D$	$x2 = \Delta L'$	$x3 = \Delta \epsilon$	$x4 = \Delta h'$	$x5 = \Delta k'$	f	Bem.	Nr.
1385	$+74.9 \pm 2.5$	-5.35 ± 4.3	$+15.9 \pm 2.2$	$+42.9 \pm 4.8$	-32.0 ± 4.2	43.8	FLQ	1
1490	$+75.6 \pm 2.5$	-1.6 ± 4.3	$+11.5 \pm 2.2$	$+32.2 \pm 4.8$	-34.1 ± 4.2	44.6	FLQ	2
1470	$+74.5 \pm 2.4$	-1.4 ± 4.1	$+10.5 \pm 2.2$	$+32.7 \pm 4.6$	-33.8 ± 4.1	42.8	FLQ	3
1074	$+78.0 \pm 2.9$	-17.2 ± 4.7	$+19.2 \pm 2.5$	$+52.4 \pm 5.4$	-34.4 ± 4.7	42.9	FLQ	4
769	$+70.5 \pm 3.2$	-10.1 ± 5.4	$+12.8 \pm 2.8$	$+60.6 \pm 6.1$	-29.6 ± 5.5	42.2	FLQ	5
1490	$+18.9 \pm 2.2$	-0.4 ± 3.8	$+12.0 \pm 2.0$	$+32.7 \pm 4.2$	-34.0 ± 3.7	39.7	JMI	6
1385	$+81.2 \pm 3.7$	-7.2 ± 4.4	$+21.5 \pm 3.3$	$+45.3 \pm 5.1$	-40.0 ± 5.4		GEW	7
105	$+82.0 \pm 3.3$	$+79.2 \pm 19.4$	-16.5 ± 13.0	-83.6 ± 20.6	-41.9 ± 17.7	35.2	FLQ	8
181	$+82.8 \pm 4.5$	$+63.2 \pm 9.7$	-4.1 ± 3.9	$+24.6 \pm 9.2$	-27.1 ± 8.9	31.4	FLQ	9

1
92
1

Gebäudes im Winter und Sonneneinstrahlung im Sommer die Erklärung für diese Lage der Extrema.

Wie stark sich der Quadrant in Abhängigkeit von Lufttemperatur und Sonneneinstrahlung verformt, ließe sich am ehesten an einem Modell aus Messing erfassen. Es wäre die Veränderung der Ablesung als Funktion von Zenitdistanz und Temperatur zu untersuchen.

Zeile 6 wurde so gerechnet, daß von allen $\Delta 6$ das zugehörige Jahresmittel subtrahiert wurde und diese Zahlen dann ausgeglichen wurden. Hier wird der konstante Term D viel kleiner: $+18''9$. ΔL beträgt $-0''4 \pm 3''8$. $\Delta \epsilon$ und die Doppelwellenanteile x_4 , x_5 sind fast identisch mit Zeile 2.

Nummer 7 bezieht sich auf Rechnungen mit Gewichten. Bei dieser Rechnung erhielten alle Beobachtungen mit $230^\circ < \alpha < 330^\circ$, also die Beobachtungen im Winter, nur das Gewicht 0.25 statt 1.0. Diese Rechnung ist also zu vergleichen mit Zeile 1. In diesem Fall wird ΔL stärker negativ: $-7''2$.

Versucht man, nur mit den Beobachtungen im Bereich $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ zu rechnen, so erhält man völlig unsinnige Resultate.

Zeile 8 zeigt eine Ausgleichung nur mit 105 Beobachtungen von 1679 nach Annus Climactericus. Das Ergebnis für ΔL fällt hier völlig heraus. Die nächste Zeile enthält eine Ausgleichung für 181 Messungen nur aus dem Jahr 1678. ΔL wird sehr groß: $+63''2 \pm 9''7$.

Tabelle 3.13. zeigt Ergebnisse für Ausgleichungen für 7 Teilgruppen der Daten, wobei jede Gruppe 4 Kalenderjahre umfaßt. Die erste Rechnung mit insgesamt 1385 Punkten zeigt eine starke Streuung der 7 Ergebnisse für ΔL . Über die Korrelationskoeffizienten zwischen den Ergebnissen für verschiedene Unbekannte gibt folgende Tabelle Auskunft ($N=7$):

Variable A	Variable B	Korrelationskoeffizient
x_1	x_2	-0.34 ± 0.33
x_3	x_2	-0.28 ± 0.35
x_4	x_2	-0.47 ± 0.29
x_5	x_2	-0.15 ± 0.37
x_1	x_3	$+0.94 \pm 0.04$

Tabelle 3.13.

Ausgleichung für 7 Gruppen

Nr	Anzahl	x1 = D	x2 = ΔL'	x3 = Δε	x4 = Δh'	x5 = Δk'	f
1	234	+62.4+5.2	-29.7+9.0	+2.7+4.6	+44.8+10.3	-25.3+9.0	38.4
2	119	+83.4+5.8	-8.5+11.0	+24.5+5.2	+54.3+13.9	-73.4+10.4	35.5
3	259	+70.1+6.2	+17.6+9.7	+21.0+5.3	+70.4+11.0	-23.0+10.5	45.6
4	157	+69.8+8.9	-49.2+14.7	+9.7+8.2	+90.9+15.4	-1.4+12.8	38.2
5	160	+96.9+9.4	-26.7+13.9	+28.5+8.3	+17.5+15.6	-58.7+14.1	44.3
6	145	+107.6+6.0	-37.6+9.4	+48.8+5.4	+41.1+12.2	-45.2+9.8	33.1
7	311	+69.4+5.1	+52.0+10.6	+7.6+4.6	+5.2+10.8	-38.0+9.4	44.1

7 Gruppen; nur 2 Unbekannte im Ansatz:

(x3, x4, x5 fest, gleich dem Ergebnis der Ausgleichung mit N=1385)

1	234	+68.9+2.6	-31.9+8.9				39.2
2	119	+63.4+3.5	-2.3+11.7				38.1
3	259	+72.4+2.9	+23.3+9.5				46.3
4	157	+84.7+3.2	-21.6+10.8				40.0
5	160	+80.3+3.7	-38.2+11.9				45.6
6	145	+92.1+3.1	-33.5+10.5				37.7
7	311	+69.3+2.7	+37.9+10.0				45.2

x_1	x_5	-0.59 ± 0.25
x_3	x_5	-0.50 ± 0.28

Auffallend ist die Abhängigkeit zwischen x_1 und x_3 , also D und $\Delta\epsilon$.

Die nächste Rechnung bezieht sich auf 7 Gruppen, aber der Ansatz enthielt nur die ersten beiden Unbekannten x_1 und x_2 . Für x_3 , x_4 und x_5 wurden die Resultate der Ausgleichung mit $N=1385$ eingesetzt. Hier werden für Gruppen 4 und 7 die Resultate für ΔL betragsmäßig nicht ganz so groß, aber das Bild ist ähnlich wie bei der Rechnung mit fünf Unbekannten. Wie im vorigen Abschnitt 3.7. erwähnt, sind die sieben Ausgleichskurven in Abb. 21 dargestellt.

Die folgende Ausgleichung in Tabelle 3.14. umfaßt 7 Gruppen mit Gewichten 0.25 zwischen $230^\circ < \alpha < 330^\circ$. Gegenüber der vorigen Rechnung fallen die Werte für ΔL für Gruppen 2 und 4 merklich anders aus, d.h. diese Gruppen sind besonders empfindlich für die Winterlücke in den Beobachtungen.

Eine weitere Rechnung mit 7 Gruppen enthält nur die Unbekannte ΔL im Ansatz; die übrigen Unbekannten wurden gleich den Ergebnissen der Ausgleichung mit $N=1385$ gesetzt. Auch hier ist die Streuung der Ergebnisse für ΔL für die 7 Gruppen relativ groß; das Ergebnis ist nicht deutlich anders als bei zwei Unbekannten im Ansatz.

Die nächste Rechnung in Tabelle 3.15. zeigt dann eine Ausgleichung mit 7 Gruppen und 2 Unbekannten im Ansatz, wobei x_3 , x_4 und $x_5=0$ gesetzt wurden. Verglichen mit der entsprechenden Rechnung von Tabelle 2 unten werden die ΔL etwa um $10''$ positiver, während die D um etwa $20''$ negativer werden. Gerade bei den Rechnungen mit Teilgruppen macht sich die Winterlücke in den Beobachtungen störend bemerkbar.

Tabelle 3.16. zeigt nun Rechnungen mit 5 Unbekannten wobei ein jahreszeitlich variabler Azimutfehler angesetzt wurde. Für den Azimutfehler A_0 wurde angesetzt $A_0 = -0.5 + 0.5 \cdot \cos(\text{Nummer des Monats} \cdot 30^\circ)$. Die ersten beiden Zeilen zeigen die Ergebnisse von Ausgleichungen mit 1519 bzw. $1519-29=1490$ Daten.

ΔL ist sehr nahe an $0''$. Zeile 3 und 4 geben entsprechende Rechnungen mit einer Azimutfehleramplitude von 1.0 statt 0.0 .

Tabelle 3.14.

Ausgleichungen: 7 Gruppen mit Gewichten 1.0 bzw. 0.5

Nr	D	$\Delta L'$	$\Delta \varepsilon$	$\Delta h'$	$\Delta k'$
	x1	x2	x3	x4	x5
1	+62.1	-27.7	+2.3	+41.3	-25.1
2	+95.8	-18.1	+34.7	+73.5	-90.8
3	+79.5	+15.8	+29.5	+72.2	-34.2
4	+89.8	-58.5	+28.0	+98.4	-24.0
5	+107.0	-29.1	+37.6	+20.8	-70.3
6	+115.4	-36.7	+55.7	+38.1	-56.2
7	+72.5	+52.3	+10.4	+4.8	-42.1

7 Gruppen, nur eine Unbekannte im Ansatz

$$x_2 = \Delta L'$$

1	-34.0±8.9
2	+0.6±12.2
3	+23.6±9.5
4	-21.7±11.1
5	-33.5±11.5
6	-32.4±11.6
7	+32.2±9.7

Tabelle 3.15.

Ausgleichung für 7 Gruppen; nur 2 Unbekannte im Ansatz; $x_3, x_4, x_5=0$ gesetzt

Nr.	$x_1 = D$	$x_2 = \Delta L'$	f
1	+50.2+2.7	-20.0+9.2	40.6
2	+45.5+4.2	+6.8+14.0	45.8
3	+52.9+3.1	+35.5+10.3	50.1
4	+62.3+3.4	+10.8+11.4	42.3
5	+58.1+3.9	-19.7+12.3	47.1
6	+72.4+3.5	-26.1+11.8	42.4
7	+53.4+2.7	+49.2+10.0	45.4

Tabelle 3.16.

Ausgleichungen mit jahreszeitlich variablem Azimutfehler

N	$x1 = D$	$x2 = \Delta L'$	$x3 = \Delta \epsilon$	$x4 = \Delta h'$	$x5 = \Delta k'$	f	Bem. Nr.
1519	+74.5+2.7	+0.6+4.6	+19.6+2.4	+30.9+5.2	-34.0+4.6	49.3	0.5 1
1490	+73.7+2.5	-0.3+4.3	+18.3+2.2	+31.5+4.7	-32.3+4.2	44.5	0.5 2
1519	+66.1+2.8	+1.9+4.7	+24.4+2.4	+30.5+5.2	-24.0+4.6	49.4	1.0 3
1493	+65.4+2.5	+1.1+4.3	+23.0+2.2	+30.5+4.8	-22.8+4.2	44.9	1.0 4

Kombination von variablem Azimut und Teilungsfehlern nach Rybka

1493	+56.9+2.5	+3.6+4.2	-10.9+2.2	+26.0+4.7	+13.4+4.2	44.4	1.0, Glatt 5
1490	+56.9+2.5	+1.3+4.2	-14.3+2.2	+25.2+4.7	+21.1+4.2	44.0	0.5, Teil 6
1490	+65.3+2.5	+1.9+4.2	-15.7+2.2	+26.6+4.7	+3.9+4.2	44.2	0.5, Glatt 7

2 Gruppen, nur 2 Unbekannte im Ansatz

665	+67.8+1.7	+4.7+5.6	42.7
825	+78.9+1.6	-7.1+5.6	45.6

2 Gruppen, nur eine Unbekannte im Ansatz

665	+4.5+5.7	43.1
825	-5.1+5.6	45.9

Hier werden im Vergleich zu Zeilen 1 und 2 besonders die Variablen x_1 , x_3 und x_5 verändert, wie es auch zu erwarten ist. ΔL wird nun positiv: $+179$ bzw. $+171$.

Nun sind zu besprechen Ausgleichungen in Tabelle 3.17.c): Rechnungen mit 5 Unbekannten und noch mit Anbringung der Teilungsfehler bzw. geglätteten Teilungsfehler nach Rybka (1984), die durch einen Streckenzug als Funktion von δ dargestellt wurden (vgl. Abschnitt 3.7.).

Ausgleichung 9 von Tabelle 3.17. liefert mit 1490 Punkten ein ΔL von $+0.3$. $\Delta \epsilon$ erhält gegenüber vorigen Rechnungen, s. Tabelle 1, nun das andere Vorzeichen. Auch $\Delta k'$ wechselt das Vorzeichen, verändert sich stark.

Bei der Rechnung mit geglätteten Teilungsfehlern fallen D und $\Delta k'$ merklich anders aus als bei den Rechnungen mit den ursprünglichen Teilungsfehlern.

In Tabelle 3.16. folgen weiter Rechnungen, wo variables Azimut mit Teilungsfehlern nach Rybka kombiniert wurde. Ausgleichung 5 mit 1493 Punkten wurde gerechnet für eine Azimutamplitude von 1.0 und die geglätteten Teilungsfehler. ΔL wird in diesem Fall $+3.6$. Ausgleichung 6 bezieht sich auf 0.5 Azimutfehleramplitude und die ursprünglichen Teilungsfehler, während Nummer 7 für 0.5 Amplitude und geglättete Teilungsfehler gerechnet wurde.

Nun wurden noch 2 Teilgruppen der Daten, die die Jahre 1652 mit 1664 ($N=665$) und 1665 mit 1679 ($N=825$) umfassen betrachtet. Für diese 2 Gruppen und 2 Unbekannte im Ansatz deutet sich ein Gang von ΔL mit der Zeit an: in der ersten Gruppe positiv: $+47 \pm 5.6$, in der zweiten Gruppe negativ: -71 ± 5.6 . Die Differenz beider Ergebnisse ist 118 ± 7.9 . Die beiden letzten Zeilen von Tabelle 3.16. geben eine Rechnung mit 2 Gruppen, aber nur einer Unbekannten im Ansatz. Auch hier besteht zwischen den Resultaten ein solcher Gang.

Tabelle 3.17.a) und b) enthält die Ergebnisse weiterer Rechnungen für die 2 großen Gruppen und zwar mit Anbringung von Teilungsfehlern: bei a) Teilungsfehler (Zeile 1 und 2) bzw. geglättete Teilungsfehler (Zeile 3 und 4). Auch hier liegt ein

Tabelle 3.17.

Ausgleichungen mit Anbringung von Teilungsfehlern

a) 2 Unbekannte im Ansatz

N	$x_1 = D$	$x_2 = \Delta L'$	f	Bem.	Nr.
665	+82.4+1.9	+2.3+6.4	48.8	Teil	1
825	+97.2+1.6	-11.9+5.6	46.1	Teil	2
665	+84.1+1.9	+2.0+6.3	47.9	Glatt	3
825	+98.8+1.6	-9.7+5.7	46.7	Glatt	4

b) eine Unbekannte im Ansatz

665	+2.5+6.5	49.6	Teil	5
825	-2.8+6.3	51.8	Teil	6
665	+2.2+6.4	49.0	Glatt	7
825	+6.7+6.4	53.0	Glatt	8

c) 5 Unbekannte

N	$x_1 = D$	$x_2 = \Delta L'$	$x_3 = \Delta \varepsilon$	$x_4 = \Delta h'$	$x_5 = \Delta k'$	f	Bem.	Nr.
1490	+58.7+2.5	+0.3+4.2	-21.0+2.2	+26.4+4.7	+19.2+4.2	44.0	Teil	9
1490	+67.0+2.4	+0.8+4.2	-22.4+2.2	+27.8+4.7	+2.0+4.2	44.2	Glatt	10

ähnliches Verhalten vor: Gruppe 1 positiv, Gruppe 2 ein negativer Wert. Es zeichnet sich also eine Abnahme von ΔL und damit auch von ΔT zwischen den beiden Intervallen ab; allerdings liegt 0" im 1 σ -Bereich. Tabelle 3.17.b) bezieht sich auf entsprechende Ausgleichungen mit nur einer Unbekannten ΔL im Ansatz.

Nun soll eine zusammenfassende Diskussion dieser Ausgleichungen der Sonnenbeobachtungen folgen:

Die Rechnungen mit $N=1385$, 1490 und 1470 basieren auf der größten Menge an Daten. Das Ergebnis für ΔL ändert sich beim Übergang von $N=1385$ zu 1490 merklich. Die Fehlerbalken sind leider recht groß.

Die Ausgleichungen mit Teilmengen der Daten: $N=1074$, $N=769$, $N=105$ und $N=181$ sind wohl alle nicht anwendbar. Die stark streuenden Ergebnisse für ΔL dürften nicht viel Aussagekraft haben. Die Datenmengen $N=1074$ und $N=769$ können noch verglichen werden mit den zwei großen Teilgruppen von Tabelle 3.17. mit $N=665$ bzw. $N=825$. Bei den beiden letztgenannten Gruppen wurden vernünftige Ergebnisse erhalten.

Die Rechnung mit Subtraktion der Jahresmittel von Tabelle 3.12. erscheint mir als die zuverlässigste, weil "säkulare" Variationen eliminiert sind.

Die Rechnungen mit Gewichten halte ich eher für zweifelhaft, weil die ohnehin spärlichen Winterbeobachtungen geringer gewichtet werden.

Die Einteilung in 7 Gruppen liefert so stark streuende Ergebnisse, daß wir daraus keine Schlüsse ableiten möchten.

Die jahreszeitliche Variabilität des Azimutfehlers A_0 ist plausibel, hängt aber stark von der Meßreihe an Procyon (Abschnitt 3.2.) ab. Die Differenzen der Ergebnisse für die Unbekannten gegenüber Rechnungen mit konstantem Azimut sind von der zu erwartenden Größenordnung. ΔL fällt mit zunehmender Azimutfehleramplitude immer positiver aus. Die Entscheidung für oder gegen jahreszeitlich veränderliche Azimutfehleramplitude fällt nach unserer Ansicht für einen konstanten Azimutfehler aus.

Die Ergebnisse für $\Delta \epsilon$ befinden sich im Bereich

+10"...+15" (Tabelle 3.12., Zeile 1-3). Werden Teilungsfehler angebracht, so errechnen sich Werte um -10"...-20" (Tabelle 3.16., Zeile 5-7; Tabelle 3.17., Zeile 9 und 10).

Zum Vergleich sei erwähnt, daß Wittmann (1984) in seiner "table 1" aus Beobachtungen von Hevelius für $T = -3.4099$ cy einen Wert für ϵ von $23^{\circ}29'08''$ angibt. Dies führt verglichen mit der Auswertung des Polynoms für $\epsilon(T)$ nach dem Astronomical Almanac 1984 S. S21 $\epsilon(T) = 23^{\circ}29'01''.0$ zu einem $\Delta\epsilon = 0-C = +7''.0$.

Die Anbringung von Teilungsfehlern liefert stärker positive Rechenergebnisse für ΔL als ohne Teilungsfehler; geglättete Teilungsfehler liefern noch etwas größere Werte. Die folgende Tabelle 4.19., die ein Auszug aus den vorigen Tabellen ist, demonstriert diese Effekte:

Darin bedeuten die Überschriften "ohne Tf" Rechnungen ohne Teilungsfehler, "Tf" Rechnungen mit Teilungsfehlern und "gegl. Tf" Anbringung der geglätteten Teilungsfehler.

Tabelle 4.19. Ergebnisse für ΔL

A0-Amplitude	ohne Tf	Tf	gegl. Tf
0°0	-1°4±4°1 (N=1470)	+0°3±4°2 (N=1490)	+0°8±4°2 (N=1490)
0°5	-0.3±4.3 (N=1490)	+1.3±4.2 (N=1490)	+1.9±4.2 (N=1490)
1°0	+1.1±4.3 (N=1493)	-	+3.6±4.2 (N=1493)

Bei den Rechnungen mit zwei großen Gruppen mit $N=665$ bzw. $N=825$ deutet sich bei allen Rechnungen mit fünf bzw. zwei bzw. einer Unbekannten im Ansatz ein Gang von ΔL zwischen den beiden Teilgruppen an.

Ist die Anbringung von Teilungsfehlern nach Rybka sinnvoll? Die Ergebnisse für ΔL nach Tabelle 4.19. werden um $1''.7$ bzw. $1''.6$

positiver als ohne Anbringung von Teilungsfehlern. Für ΔT bedeutet dies wegen des Umrechnungsfaktors 24.35 eine Erhöhung um $41^{\circ}4$ bzw. um $39^{\circ}0$, also um große Beträge. Das Verhalten der übrigen Unbekannten läßt nicht erkennen, welches Vorgehen günstiger ist. Unter der Annahme, daß auch an die Rechnung mit Subtraktion der Jahresmittel einfach die Differenz $+1^{\circ}7$ angebracht werden kann, ergibt sich daraus ein Resultat $\Delta L = +1^{\circ}3 \pm 3^{\circ}8$ mit Berücksichtigung von Teilungsfehlern, d.h. ein ΔT von $+31^{\circ}7 \pm 93^{\circ}8$. Daß die Anbringung von Teilungsfehlern das Ergebnis für ΔT verbessert, läßt sich nicht mit Sicherheit behaupten. Die Absicht war, zu prüfen, ob sich durch Anbringung von Teilungsfehlern die Resultate verbessern, d.h. ob die Doppelwellen verschwinden und ein klareres Ergebnis für ΔT zu erhalten ist. Letztlich würden wir aber den Rechnungen ohne Teilungsfehler den Vorzug geben.

Wir halten die ursprünglichen Teilungsfehler für genauer als die geglätteten, bei denen der tatsächliche Verlauf verschmiert sein kann.

Insgesamt fielen die Ergebnisse für ΔT nicht so genau aus wie erhofft; der mittlere Fehler der Unbekannten wird recht groß.

4. Die Mondsdistanzenmessungen von Hevelius

4.1. Grundsätzliche Überlegungen zu den Mondsdistanzen

In den Jahren 1658 mit 1679 maßen Hevelius und seine Gehilfen in etwa 190 Nächten ca. 1100 Distanzen des Mondrandes von Fixsternen. Die meisten dieser Distanzen wurden mit dem großen Messing-Sextanten (Sextans Magnus Orichalcicus) (beschrieben in Tomus I, caput XI) gemessen; allerdings wurde am Anfang des Beobachtungszeitraums für 15 Messungen ein hölzerner Sextant (Sextans Magnus Ligneus) (caput VI) verwendet, sowie in der Zeit von 1671 September 30 mit 1673 Dezember 4 der große Oktant aus Messing (Octans Magnus Orichalcicus) (caput XII) für etwa 150 Messungen. Alle gemessenen Mondsdistanzen sind in Tomus II,1 chronologisch im Rahmen aller Beobachtungen und in Tomus II,2 S. 31-68 zusammenhängend aufgelistet. Zur Zeitbestimmung hatte Hevelius seit 1658 Pendeluhrn mit Zählwerk und Angabe der Stunden, Minuten und Sekunden zur Verfügung (caput XVII).

Der Uhrstand dieser Uhren wurde durch Messungen von Sternhöhen mit einem Messingquadranten (Quad. p. O., Quadrans orichalcicum) (Tomus I, caput II) bestimmt. Dieses Instrument war auf ganze Bogenminuten abzulesen.

Figur EE in Tomus I zeigt, daß sich die Säule für den Sextanten bzw. Oktanten vor der Beobachtungshütte befand. Offenbar wurde das Instrument (hier der Oktant) zu jeder Beobachtungsreihe montiert und wieder abgenommen.

Auf S.336 in Tomus I sind zwei Tabellen, A und B, gegeben, die zur Umrechnung der Ablesung des Mikrometers (directorium) in Winkelminuten- und Sekunden dienten.

Die Durchführung der Mondsdistanzenmessungen mit dem Sextanten beschreibt Hevelius S.236, Tomus I.

Über Sext. M. O. schreibt Zinner (1967): "Dieser messingene Sextant war mit Kugelgelenk an einer senkrechten Säule befestigt und in jeder Richtung beweglich. Sein Halbmesser betrug 1.7m. Sein Kreisbogen war auf 5' geteilt, wobei mit

Schräglinien 1', mit Nonius 5" und mit Mikrometer 1" abzulesen war. Am Drehpunkt der Alhidade ist ein kurzer Stab als Absehen. Am Ende der Alhidade und der einen Kante sitzt ein Absehen mit Loch und verstellbarem Schlitz. Zur Abstandsmessung waren 2 Beobachter nötig. Der Sextant stand in einer Hütte, an deren Südwand sich die *Machinula helioscopica* befand."

Auf fig. M in *Machina Coelestis* ist am beweglichen Arm des Instruments oberhalb des Diopters der Nonius zu erkennen. Der Beobachter bedient gerade die Mikrometerschraube. Über seinem Kopf sind die Kreisscheiben mit Zeigern zur Ablesung der feineren Unterteilungen zu sehen.

In etwa 100 Fällen wurden mit Quad. p. O. auch Höhen des oberen oder unteren Mondrandes gemessen, allerdings sehr oft bei geringen Mondhöhen und mit Bemerkungen wie "circiter". Diese Höhen werden deshalb nicht ausgewertet.

Darüberhinaus beobachtete Hevelius auch Zeiten von Sternbedeckungen, von denen in Abschnitt 5. 48 diskutiert werden.

Die beobachteten Mondstrecken sollen mit theoretischen nach einer Ephemeride berechneten Distanzen verglichen werden. Aus den Werten O-C (beobachtete-theoretische Distanz) sind die Unbekannte ΔL_M , die Differenz der mittleren Länge des Mondes, die der Mond während ΔT zurücklegt und eventuell weitere Unbekannte zu ermitteln.

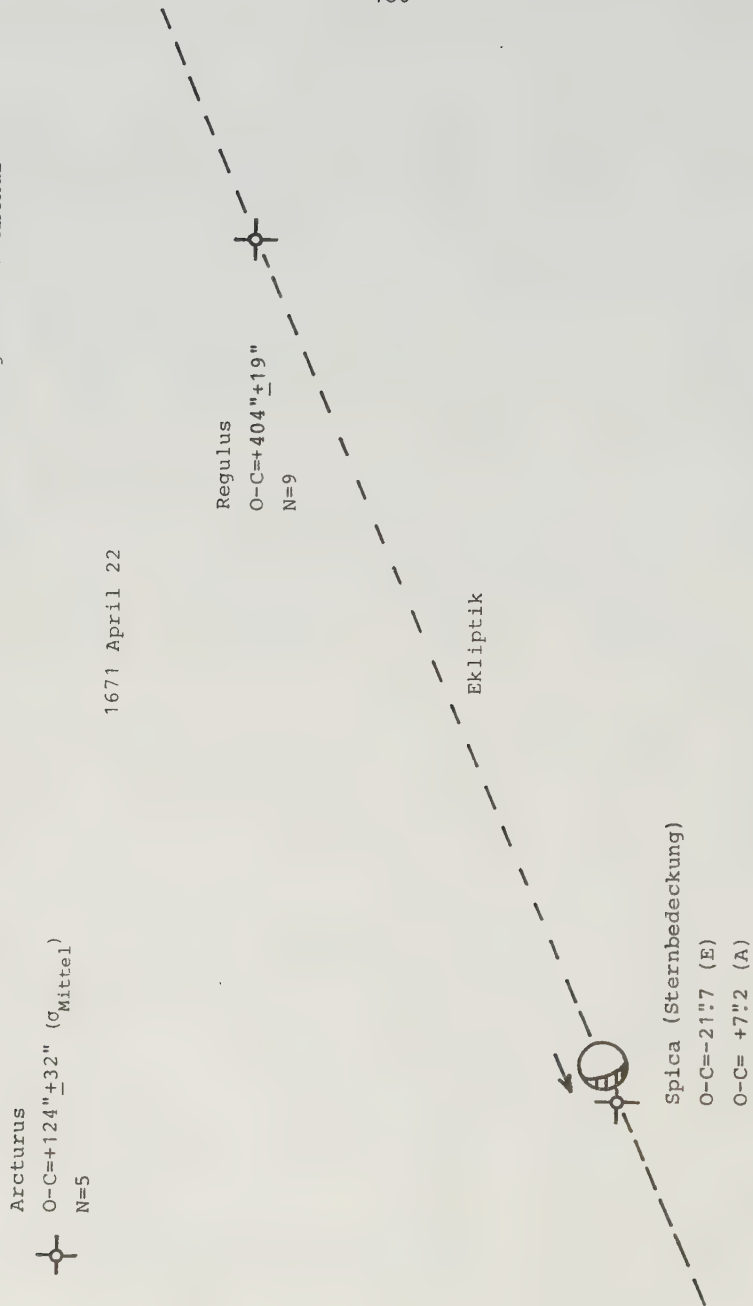
Ein ΔL bewirkt für die Distanzen eine Änderung proportional zu $\cos W$, wobei W der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung des Mondes und der Richtung vom Mondzentrum zum Stern ist. W wird im Gegenuhrzeigersinn gezählt. Es wird mit geometrischen, geozentrischen Werten von W gearbeitet.

Als Beispiel für die Messungen eines Abends zeigt Abb. 27 die gemessenen Sterne am 1671 April 22.

Zur Berechnung der theoretischen Distanz sind der scheinbare Sternort und der topozentrische Mondort zu bilden und die Refraktion zu berücksichtigen.

In der Zeit um 1670 ist ein ΔT von ca. +50.s zu erwarten; in diesem Zeitintervall bewegt sich der Mond um ca. 25". (Die

Abb. 27: Ein Beispiel für die Mondbeobachtungen eines Abends



mittlere Bewegung des Mondes beträgt $0.549s^{-1}$.) Falls der Zahlenwert für $\dot{h}_M$ richtig ist, berücksichtigt die Ephemeride die Akzeleration des Mondes in einem Inertialsystem. Soll zu einem anderen Wert von $\dot{h}_M$ übergegangen werden soll, ist eine Korrektur anzubringen: Eine Änderung des Zahlenwertes von $\dot{h}$ gegenüber DE 102 führt zu einer Differenz in ekliptikaler Länge, die mit der Zeitdifferenz zu 1975.0, von wo aus die JPL-Ephemeriden gerechnet sind, quadratisch anwächst. Es gilt z.B. $\lambda_{LE\ 51} < \lambda_{LE\ 200}$. (DE200-LE200 ist diejenige JPL-Ephemeride, die ab 1984 im "Astronomical Almanac" verwendet wird.) Die Differenz in ekliptikaler Länge beträgt $0.5(\Delta\dot{h})(T_{75})^2$. Für ΔL ist also vollständig zu schreiben:

$$\Delta L = n\Delta T + 0.5(\Delta\dot{h})(T_{75})^2 \quad (4.1.)$$

Diese Gleichung entspricht Gleichung (2.3.)

Für 1670, $t_{75} = -3.05$ cy ist $0.5(t_{75})^2 = 4.65cy^2$.

Zahlenmäßig gilt für 1670:

$$\Delta L(") = 0.549\Delta T(^{\circ}) + 4.65(\Delta\dot{h})("/cy^2) \quad (4.1.a)$$

Zum Beispiel für $\Delta\dot{h} = (\dot{h}_{200} - \dot{h}_{51}) = -23.808 + 26.0 = +2.19$ wird der zweite Term in der Gleichung $+10.2$.

Zahlenwerte für $\dot{h}$ sind in Tabelle 2.1. gegeben.

Hevelius gibt zwei Spalten mit Uhrzeiten an: "tempus sec. horol. ambul." (Zeit der Uhr mit Sekundenpendel) und in Tomus II,2 auch "tempus correctum" (manchmal "tempus ex altitudines correctum"), die durch Sternhöhen korrigierte Zeit. Für die vorliegenden Rechnungen unter Verwendung der Sternhöhen wird von "tempus sec. horol. amb." ausgegangen.

Nimmt man für die Mondstrecken einen mittleren Fehler der Einzelmessung von $\pm 45''$ an, so ist für die gesuchte Unbekannte ΔL_M ein mittlerer Fehler von ca. $\pm 45/(1100)^{0.5} \approx 1.5$ zu erwarten.

Es ist weiter zu überlegen, ob eine persönliche Gleichung die Messungen entstellt. Ist eine persönliche Gleichung von ca. 0.3 vorhanden, wie bei Sternbedeckungen, dann ist die siderische Bewegung des Mondes von ca. 0.15 in diesem Zeitintervall gegenüber anderen Meßfehlern zu vernachlässigen. Auch größere persönliche Gleichungen bis $2...3^s$ würden nicht

ins Gewicht fallen.

Bemerkungen zu den ΔT -Werten von Martin (1969) und Stephenson und Morrison (1984)

Martin gibt in seiner figure 4 eine graphische Darstellung aller ΔT -Werte, die aus Sternbedeckungen zwischen 1627 und 1860 folgen, was eine stark oszillierende Kurve ergibt. In table 17, S.74, listet er Jahresmittel von ΔT auf. Für die Zeit von 1664 mit 1685 sind der Mittelwert davon gleich $-6^{\text{S}}1$ und die Standardabweichung $\pm 5^{\text{S}}0$ (N=13).

Martin's Jahresmittel sind in Abb. 28 eingezeichnet.

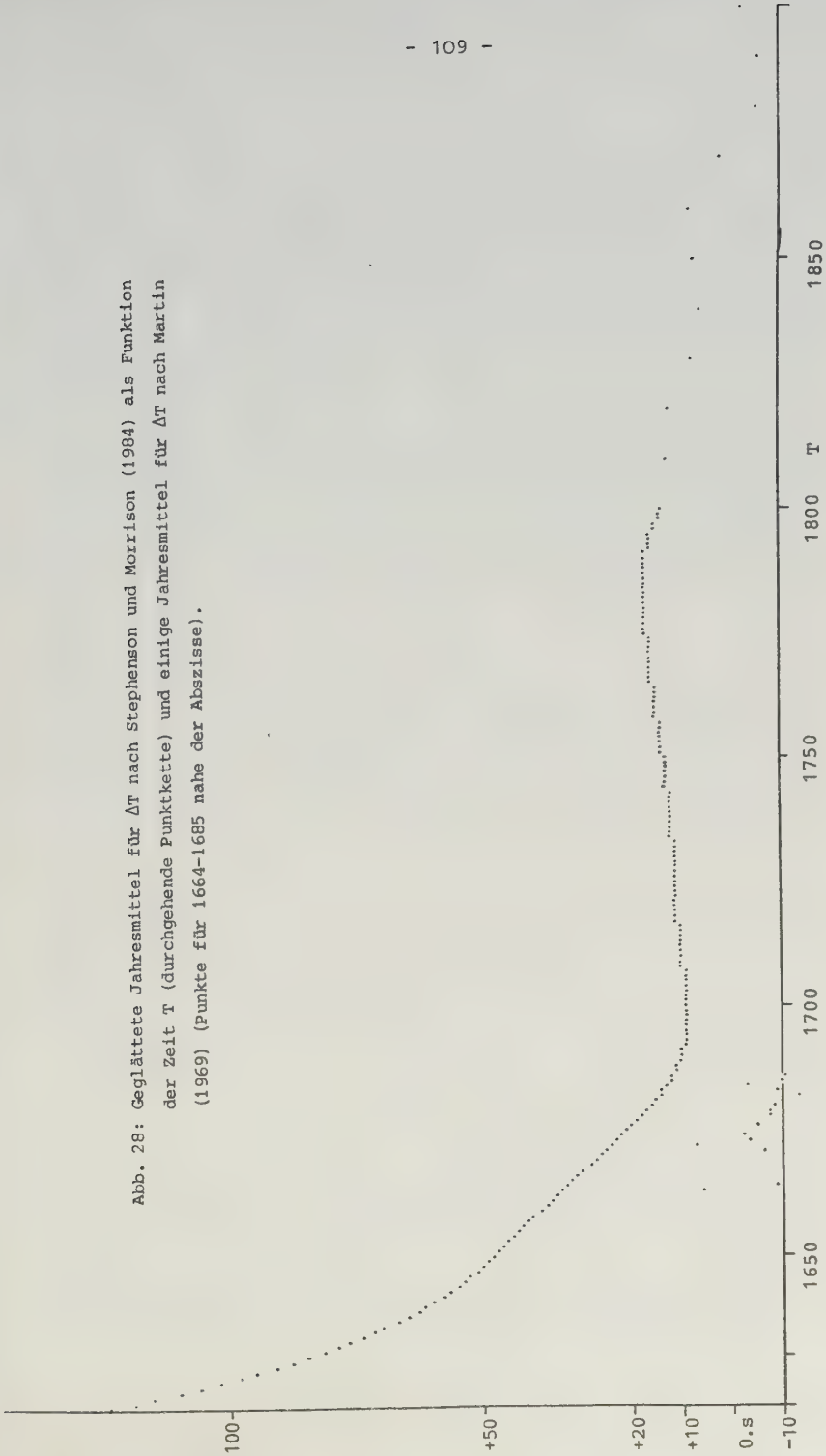
Die durchgehende Kette von Jahresmitteln in Abb. 28 sind die geglätteten Jahresmittel nach Stephenson und Morrison (1984), table 3, wie sie auch im Astronomical Almanac 1986 S. K8,K9 abgedruckt sind. Die Differenz zwischen beiden Punktmengen erklärt sich dadurch, daß zwar in beiden Fällen die j=2 Fassung der "improved lunar ephemeris" (ILE) Mondephemeride verwendet wurde, daß aber von Stephenson und Morrison eine Korrektur an die Ephemeride angebracht wurde, die dem Übergang von einem Zahlenwert von $\dot{h}_M = -22^{\text{S}}44/\text{cy}^2$ zu $\dot{h} = -26^{\text{S}}0/\text{cy}^2$ entspricht. $-26^{\text{S}}0/\text{cy}^2$ ist das Ergebnis von Morrison und Ward (1975) und wurde auch für DE 102-LE51 verwendet. Die Korrektur lautet $\Delta L_{\text{Korr}} = -1^{\text{S}}54.2^{\text{S}}33 \text{ T} - 1^{\text{S}}78 \text{ T}^2$. (4.2.)

Für $T = -2.41 \text{ cy}$ (entsprechend 1659.0) sind das $-17^{\text{S}}5$.

Dieses ΔL_{Korr} ist < 0 , d.h. zu einem Ereignis (z.B. einer Sternbedeckung), deren UT bekannt ist, ist die zugehörige ET nach Stephenson und Morrison später (positiver) als nach Martin, denn der Mond müßte sich erst noch um $17^{\text{S}}5$ weiterbewegen.

$\Delta T = ET - UT$ wird bei Stephenson und Morrison um ca. $17^{\text{S}}5 \cdot 1.821 \text{ s} / \text{cy} = 35 \text{ s}$ größer (positiver) als bei Martin. Dies erklärt die Lage beider Punktwolken in Abb. 28 zueinander.

Abb. 28: Geglättete Jahresmittel für ΔT nach Stephenson und Morrison (1984) als Funktion der Zeit T (durchgehende Punktkette) und einige Jahresmittel für ΔT nach Martin (1969) (Punkte für 1664-1685 nahe der Abszisse).



Dem Vorzeichen von ΔL gilt die folgende Überlegung: Ist $\Delta T = 50s$, dann bewegt sich der Mond in diesem ΔT um $\approx 25''$. Die UT eines Ereignisses (Sternbedeckung, Messung einer Mondsdistanz) ist aus Sternhöhenmessungen und Ablesungen von Pendeluhrn bekannt. Wird damit (und nicht mit der ET) in die Ephemeride eingegangen, so erhält man wegen $UT < ET$ ein $\lambda_{\text{Ephemeride}}(UT) < \lambda_{\text{wahr}}(ET)$ und $\Delta L = L_{\text{beobachtet}} - L_{\text{Ephemeride}} > 0$. Dann ist für Positionswinkel W mit $|W| < 90$ Grad die theoretische Distanz zu groß und $O-C = \text{beobachtete} - \text{theoretische Distanz} < 0$.

Es ist $O-C = (-\Delta L_M) \cos W$, d.h. es gilt für die Unbekannte x_C der Ausgleichungen, die $\cos W$ als Koeffizienten hat:

$$x_C = -\Delta L_M. \quad (4.3.)$$

Wie bereits erwähnt, wurden Messungen von Sternhöhen in der Nähe des 1. Vertikals zur Bestimmung der Sternzeit herangezogen. Das Instrument Quad. p. O. war auf volle Bogenminuten abzulesen. Eine Änderung dz in der Zenitdistanz bewirkt eine Änderung dt des Stundenwinkels des Sterns nach der Gleichung:

$$dz = \pm \cos q \, d\delta - \cos \varphi \, \sin A \, dt - \cos A \, d\varphi \quad (4.4.)$$

wobei q der parallaktische Winkel, δ die Deklination des Sterns, A das Azimut, φ die geografische Breite sind. Für diese Anwendung ist $d\delta = 0$, $d\varphi = 0$, also:

$$dt = -dz / (\cos \varphi \, \sin A) \quad (4.5.)$$

Genau im 1. Vertikal ist $\sin A = 1.0$, also

$$dt = -dz / \cos \varphi \approx 1.716 \, dz \text{ für Danzig.} \quad (4.6.)$$

Einem Fehler von z.B. $dz = 1'$ entspricht in diesem Fall ein $dt = 6^s.7$.

Wie bei der Beschreibung des Rechengangs erklärt (s. u.),

wird aus jeder Sternhöhe die wahre Ortssternzeit und schließlich die UT bestimmt. Für die Sternbedeckungen können die Ergebnisse für den Uhrstand (clock correction) mit denen von Newcomb (1878) verglichen werden. Für diejenigen Nächte, in denen Newcomb mit einer mittleren clock correction rechnet, sind die ermittelten UT in Abschnitt 4.5. über die Sternbedeckungen aufgelistet. Sie stimmen mit den UT der vorliegenden Arbeit, die mit einem mittleren Uhrstand berechnet wurden, sehr gut überein.

Beobachtung und Theorie sollen so verglichen werden, daß die Beobachtungen unverändert bleiben. Mit dem geozentrischen Mondort aus der Ephemeride wird zum Topozentrum übergegangen. Die Refraktion wird nicht differentiell berechnet, sondern es wird getrennt zu den geometrischen Zenitdistanzen von Mond und Stern die Refraktion hinzugefügt. Man erhält so ein topozentrisches $B-R = (\text{beobachtete topozentrische Distanz}) - (\text{theoretische topozentrische Distanz})$, das bis auf Fehler höherer Ordnung mit dem geozentrischen $B-R$ übereinstimmt. Es werden also nicht an die Beobachtungen Reduktionen angebracht. Der Grundgedanke des Verfahrens entspricht dem des Verfahrens von Bessel (1832) für die Auswertung von Mondabständen.

Durch die Refraktion wird der Umriß der Mondscheibe annähernd elliptisch: der horizontale Radius ist fast unverändert, der vertikale Radius wird mit zunehmender Zenitdistanz kleiner (Abb. 29). Folgende Tabelle zeigt die Größenordnung des Effekts für Standardbedingungen:

Tabelle 4.1.: Refraktion der Mondscheibe

z (Grad)	$R_{\text{hor}} - R_{\text{vert}}$ (")
60°	1"0
70	2.2
75	3.9
81	10.4

Die Abweichung von der Kreisform hat die Abhängigkeit

$$R_{\text{hor}} - R_{\text{vert}} = c_1 + c_1 * \cos(2 * ZW) \quad (4.7.)$$

wobei c_1 eine Konstante ist und ZW den vom Mondmittelpunkt aus

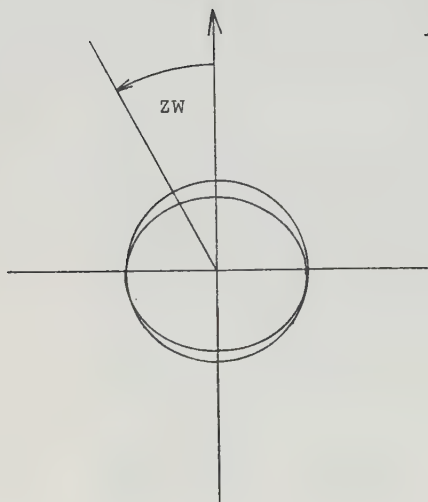


Abb. 29: Der Einfluß der Refraktion auf den Umriß des Mondes als Funktion des Richtungswinkels ZW .

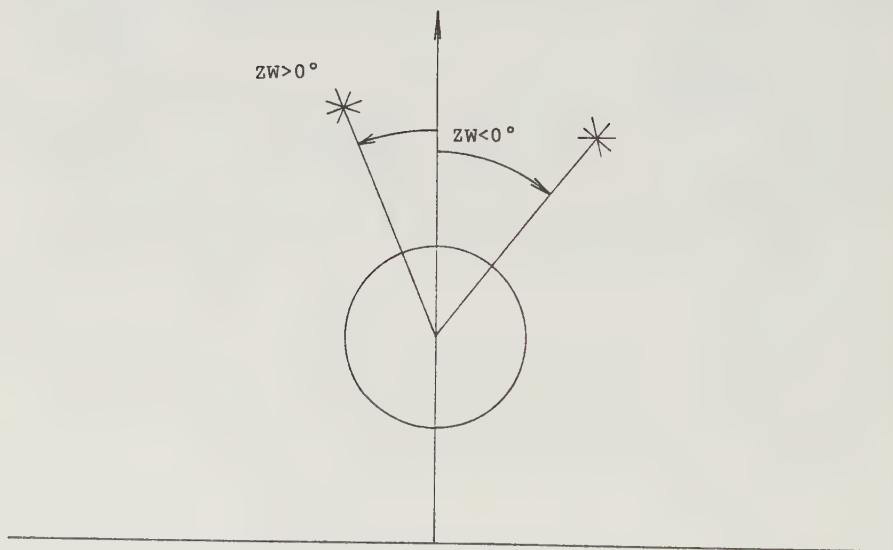


Abb. 30: Die Definition des Richtungswinkels ZW .
Blick vom Inneren der Himmelskugel an die Sphäre.
 $-180^\circ \leq ZW \leq +180^\circ$

gemessenen Winkel zwischen der Richtung zum Zenit und der betrachteten Stelle am Mondrand angibt (vgl. Abb. 29). c_1 ist proportional zu $1/\cos^2 z'$, der ersten Ableitung von $\tan z'$.

Bei der Durchrechnung wurde dieser Effekt vernachlässigt, d.h. der Mond als Kreisscheibe behandelt. Ebenfalls vernachlässigt wurden die Unregelmäßigkeiten des Mondrandprofils, die $\pm 2''$ ausmachen können, denn $2''$ sind mit bloßem Auge nicht auflösbar.

In den folgenden Rechnungen wird auch die Abhängigkeit der O-C vom Richtungswinkel ZW der Richtung vom Mond zum Stern gegen die Richtung zum Zenit untersucht, siehe Abb. 30 für die Definition von ZW.

Die Namen der beobachteten Sterne konnten bei Rybka (1984) nachgeschlagen werden, z.B. cingulo Andromedae = γ And.

Als Quellen für die Koordinaten und Eigenbewegungen zur Epoche B1950.0 wurden der FK 4 (Fricke und Kopff 1963), der SAO catalog (Smithsonian Astrophysical Observatory 1966) und der ZC (zodiacal catalog) (Robertson 1940) verwendet (siehe Tabelle im Anhang 3). Es wurden Rektaszension und Deklination, Eigenbewegung in Rektaszension und Deklination, sowie bei FK 4 und ZC auch deren Änderungen pro Jahrhundert entnommen. Bei den wenigen Sternen nach dem SAO können diese Änderungen vernachlässigt werden, da ihre Auswirkung auf den Sternort für die Zeit von Hevelius kleiner als $0''.6$ ist. Im Anhang 3 ist für jeden Stern die Quelle angegeben.

Im folgenden soll der Rechengang des Programms zur Auswertung der Mondsdistanzen kurz beschrieben werden:

Als Daten sind die geografische Länge λ und Breite φ von Danzig und zur Berechnung der Parallaxe des Mondes die geozentrische Breite φ' und Radiusvektor ρ von Danzig nötig. Verwendet wurden die Zahlenwerte

$$\lambda = -1.2434444444 \text{ Stunden} \quad \varphi = +54.35722 \text{ Grad},$$

sowie aus dem Nautical Almanac 1941, S. 589:

$$\rho \sin \varphi' = 0.80903$$

$$\rho \cos \varphi' = 0.58398$$

$$\text{d.h. } \rho = 0.997779, \quad \varphi' = +54^\circ 10' 38'' = +54.17722.$$

Für den Tag der Beobachtung wird die GMST um 0^h UT berechnet nach der Formel (Aoki et al. 1982):

$$\text{GMST of } 0^h \text{UT1} = 24110^s 54841 + 8640184^s 812866 * T + 0^s 093104 * T^2 - 6^s 210^{-6} * T^3 \quad (4.8.) = (3.12.)$$

wobei T die Anzahl der julianischen Jahrhunderte von 36525 Tagen UT seit 2000 Januar 1, 12^h UT1 (JD 2451545.0 UT1) ist. Bei Aoki et al. (1982), S. 361 heißt es dazu: "Since the earth's rotation is not constant, the same expression, in the form of eq. (13), is used to define the relationship between UT1 and the observed sidereal time, GMST1."

Zunächst wurde jede der zur Zeitbestimmung gemessenen Höhen von Refraktion befreit, wobei die Refraktion wie bei der Sonne nach Gleichung (3.1.) berechnet wurde. Als Temperaturen wurden die mittleren täglichen Minima minus 5 Grad für Gdingen nach: Brockhaus Texte und Tabellen, Länder und Klima, Europa, UdSSR (1983) verwendet; einen Überblick gibt folgende Tabelle:

Tabelle 4.2.: Für Nachtbeobachtungen verwendete Temperaturen

Monat	T(°C)	Änderung von T pro Monat (grd/Monat)
Januar	-8.0	-1.5
Februar	-8.8	0.0
März	-6.3	+2.9
April	-2.8	+4.2
Mai	+2.2	+4.7
Juni	+6.1	+4.0
Juli	+9.3	+1.2
August	+8.9	-1.5
September	+5.6	-4.1
Oktober	+1.7	-4.3
November	-2.8	-4.0
Dezember	-5.7	-2.2

Ein Unterprogramm liefert den scheinbaren Sternort. Der Übergang von den Katalogörtern für B1950.0 zu J2000.0 geschah mit der Matrix M nach Astronomical Almanac 1985, Seite X. Von der 6*6 Matrix M wurde nur die linke obere "Ecke" (eine 3*3

Matrix) verwendet, denn die Eigenbewegungen der Sterne wurden direkt ab B1950.0 gerechnet. Es wurden die FK4 Eigenbewegungen verwendet und auf die geringfügigen Korrekturen nach den Formeln im Astronomical Almanac 1984, S. S35 verzichtet. Außerdem wurden Präzession, Nutation und jährliche Aberration angebracht. Dieses Programm wurde mit den "apparent places for fundamental stars 1980 (APFS)" verglichen: Örter für Arcturus und Aldebaran stimmten an 3 Tagen auf $0^{\text{h}}07$ in α und $0^{\text{h}}1$ in δ damit überein. Zu den $0^{\text{h}}07$ in α ist zu sagen, daß noch die Korrektur des Äquinoktiums (equinox correction) zu berücksichtigen ist, die in dem Band der APFS von 1980 noch nicht angebracht war. Bei der Erarbeitung des FK5 zeigte sich nämlich eine Bewegung des Frühlingspunkts gegenüber dem FK4-System, für die folgender Zahlenwert (Astronomical Almanac 1984, S. S17) gegeben sei:

$$E = 0^{\text{s}}035 + 0^{\text{s}}085(y - 1950)/100 \quad (4.9.)$$

wobei y die Jahreszahl ist. Im Intervall von 1950 bis 1980 macht dies $0^{\text{s}}06$ aus, was die oben erwähnten $0^{\text{s}}07$ praktisch erklärt.

Mit Hilfe des scheinbaren Sternorts für den betreffenden Tag (α, δ) kann aus der Höhe h im sphärischen Dreieck Zenit, Nordpol, Stern der Stundenwinkel t berechnet werden. Daraus erhält man die wahre Ortssternzeit $\Theta = t + \alpha$, die in GMST umgerechnet wird. Die Differenz $\text{GMST} - (\text{GMST um } 0^{\text{h}} \text{ UT1})$ wird mit 0.99726957 multipliziert, wodurch man den seit Mitternacht vergangenen Tagesbruchteil in Sonnenzeit hat, also die UT der Beobachtung.

In den meisten Nächten wurden 4 Sternhöhen gemessen. Man kann nun zwei Wege beschreiten: a) eine Ausgleichsgerade für UT als Funktion der zum Zeitpunkt der Sternhöhenmessung gehörenden "tempus sec. horol. ambul." (Abkürzung: t_{sha}), der von Hevelius angegebenen Zeit. Man erhält dadurch einen Uhrstand und einen Uhrgang. Durch Anwendung dieser linearen Beziehung kann dann zu jedem anderen t_{sha} eine UT berechnet werden. b) Man läßt im Ansatz keinen Gang zu, sondern berechnet für die

Sternhöhenmessungen nur einen Mittelwert des Uhrstandes (UT-tsha). Die Zeitpunkte der Mondbeobachtungen werden dann damit von tsha in UT umgerechnet. Aus der nach a) oder b) bestimmten UT erhält man weiter mit der GMST um 0^h UT auch die mittlere und die wahre Sternzeit zum Beobachtungszeitpunkt.

Als Ausgangswert von $\Delta T = ET - UT$ wird 0.^s0 verwendet. Es wird also mit der UT die Mondepheméride LE 51 ausgewertet. An den Mondort wird außer Präzession und Nutation die tägliche Parallaxe angebracht, wodurch vom Geozentrum zum Topozentrum übergegangen wird. Transformation in das System des Horizonts liefert Azimut und Zenitdistanz von Mond und Stern. An die geometrischen Zenitdistanzen wird der entstellende Einfluß der Refraktion angebracht. Nun wird mit dem topozentrischen Abstand des Mondes für einen geometrischen Mondradius von 1738.0 km der scheinbare Mondradius berechnet. Je nachdem, ob der dem Stern zugewandte oder abgewandte Mondrand beleuchtet war und gemessen wurde, wird vom Abstand des Mondzentrums vom Stern der scheinbare Mondradius subtrahiert oder dazu addiert, wodurch man den theoretischen Abstand C erhält, so daß die Differenz (beobachteter Abstand - theoretischer Abstand) = O-C (observed - calculated) gebildet werden kann. Als Probe wurden einige vorausberechnete Sternbedeckungen für 1980 nachgerechnet. Für die O-C ergeben sich dabei Werte im Bereich $\pm 1''$.

Die Eingangsdaten für die Auswertung sind die Sternhöhen, Mondstrecken und Zeiten (tempus sec. horol. ambul.) wie sie in Tomus II,2 S. 31-68 bzw. in Annus Climactericus gegeben sind. In einigen Fällen gibt es Abweichungen von Tomus II,2 gegenüber II,1, wo alle Beobachtungen, auch die der Planeten abgedruckt sind. In solchen Fällen wurden die Angaben aus Tomus II,1 übernommen. Manche Nächte zeigen eine Zunahme, dann eine Abnahme und wieder eine Zunahme der gemessenen Distanzen zu einem bestimmten Stern. Solche Nächte erschienen zunächst zweifelhaft, doch fällt die Streuung gegenüber dem Absolutbetrag von O-C nicht so stark ins Gewicht. In manchen Nächten wurden sowohl Mondstrecken als auch Sternbedeckungen beobachtet.

Zur Verteilung der Sternhöhen ist zu sagen, daß oft zwei

Höhen kurz nacheinander gemessen wurden. In Nächten, in denen insgesamt nur zwei Höhen gemessen wurden, ist dann der formal errechnete Uhgang relativ unsicher. In der Mehrzahl der Nächte wurden 4 Sternhöhen gemessen, meist zwei Höhen am Anfang der Beobachtungsreihe, zwei am Ende. Die Uhrstände, die aus den einzelnen Höhen errechnet wurden, zeigen in manchen Nächten eine Änderung von einigen Zeitminuten. Als typischer Wert für die Standardabweichung eines Uhrstandes bei 4 gemessenen Sternhöhen kann $\pm 40^s$ angesehen werden, vgl. Tabelle 4.7.

Ein Beispiel für eine Nacht mit zeitlich gut verteilten Sternhöhenmessungen ist 1671 April 22. Hier wurden 7 Sternhöhen gemessen, deren zeitliche Verteilung und Uhrstände nun angegeben seien:

Tabelle 4.3.: Uhrstände aus Sternhöhen 1671 April 22

tsha	Stern	Mittl. Uhrstand	Differenz zu Gerade
9 ^h 52 ^m 45 ^s	Pollux	12 ^h 02 ^m 10 ^s 0	+21 ^s 0
9 55 20	Pollux	12 01 45.2	-2.7
10 45 33	Regulus	12 01 08.5	-18.0
12 00 39	"	12 00 31.7	-22.8
12 02 09	"	12 00 47.5	-6.3
12 36 55	Wega	12 01 29.3	+50.3
12 39 23	"	12 00 16.6	-21.3

Mittel: 12 01 09.8 $\sigma_1 = 40^s.9$

Dabei bedeutet "Differenz zu Gerade" die Differenz zu einer Ausgleichsgeraden, deren Achsenabschnitt und Steigung berechnet wurden: $UT = .992819(tsha) + 10^h 85707$; d.h. ein Gang von 0.71% wurde ermittelt.

Die O-C der Distanzen zeigen oft folgende Erscheinung: die erste Messung einer Reihe von Distanzen zum gleichen Stern hat ein abweichendes O-C. Offenbar war die erste Messung mit größeren Unsicherheiten behaftet.

Am Histogramm der O-C (Tabelle 4.13.) erkennt man, daß ihr Mittelwert größer als 0.0 ist. Dies legt den Gedanken einer Fadenbreite, die die Messungen veränderte nahe. In diesem Fall ist zu erwarten, daß Messungen zum zugewandten Mondrand mit dem

entgegengesetzten Vorzeichen verändert werden als solche am abgewandten, siehe Abb. 31. Eine andere denkbare Möglichkeit ist, daß der Mond bei der Messung mit einer der Lamellen des Okulardiopters vollständig abgedeckt wurde, damit sein Licht nicht blendet.

Im Gegensatz zu einer Fadenbreite würde ein Nullpunktsfehler (Indexfehler, Kollimationsfehler) des Instruments Messungen beider Mondränder in der gleichen Richtung verändern. Auch ein solcher Fehler kommt in Betracht, denn der Arm des Sextanten am Nullpunkt der Teilung war fest angebracht. Beide Möglichkeiten (Fadenbreite, Nullpunktsfehler) wurden beim Ansatz der Ausgleichsrechnungen geprüft.

Zur Möglichkeit eines Kollimationsfehlers sei noch erwähnt, daß Rosenberger (1831) für den neuen Sextanten, der nach dem Brand der Sternwarte 1679 angefertigt wurde, aus Distanzen von Fixsternen einen Kollimationsfehler von $-24''$ ableitete. Die Standardabweichung dieses aus $N=42$ Messungen abgeleiteten Wertes ist $46''$.

Ferner beschreibt Zinner (1967), daß L. L. Lindelöf 1854 in einer Arbeit über Hevelius' Beobachtungen des Kometen von 1664 (s. Tomus II,1) für den mittleren Fehler der Distanzmessung zweier Sterne $\pm 29''$ findet.

Zur Beurteilung der Genauigkeit von Abstandsmessungen von Sternen mit dem Sextanten seien hier die Messungen Tomus II,1 S.250 herausgegriffen. Aus den angegebenen Distanzen erhält man folgende Standardabweichungen für Meßreihen mit ≥ 3 Messungen:

Tabelle 4.4.: Innere Fehler bei Distanzmessungen von Sternen

Anzahl N	Mittel	Sigma
3	44°53'30"	$\pm 20''$
3	49 24 08	38
3	36 50 13	12
5	30 17 27	27
3	46 18 15	33
3	52 15 28	25
3	48 55 50	22

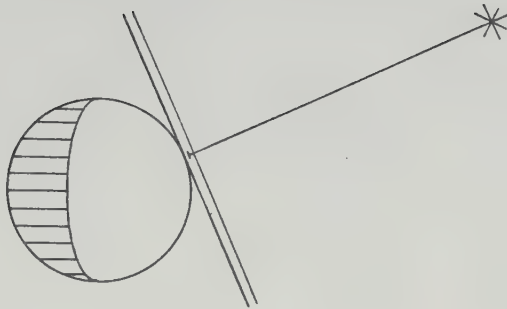


Abb. 31: Die Auswirkung einer Fadenbreite

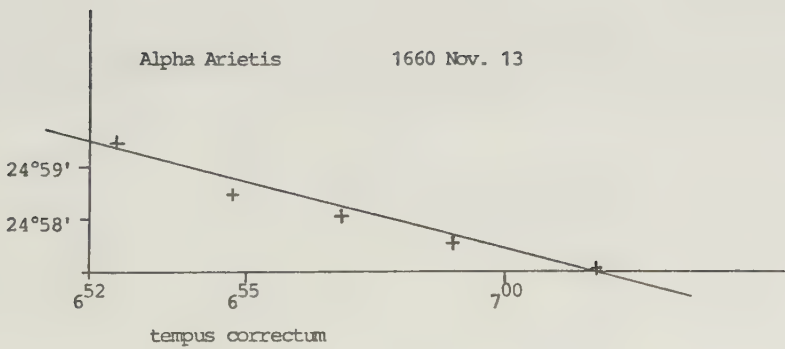


Abb. 32: Die gemessenen Distanzen einer Meßreihe an α Ari am 1660 Nov. 13 als Funktion von tempus correctum aufgetragen.

3	47 16 27	8
4	25 14 10	35
4	28 7 21	33
3	27 00 52	20
3	24 44 27	20
3	28 52 23	10

Ein typischer Wert für σ ist 30". Es ist aber zu bedenken, daß mehrfache Ablesungen identisch sein können und hier nur die innere Streuung erfaßt wird. Für eine eventuelle Auswertung der Distanzen zweier Fixsterne stellt sich das Problem, daß die genauen Uhrzeiten nicht angegeben sind, sondern nur näherungsweise die vollen Stunden. Man kann also die Refraktion nicht exakt berücksichtigen, denn dazu wäre die genaue Höhe beider Sterne nötig.

Als Vorüberlegung zur Auswertung der Monddistanzen wurden die gemessenen Distanzen für einige Meßreihen gegen die Uhrzeit *tempus correctum* der Messung aufgetragen, eine Gerade durchgelegt und die Streuung relativ zu dieser Geraden betrachtet. Als Beispiel wird in Abb. 32 eine Meßreihe an α Ari am 1660 November 13 gezeigt. Hier erhält man als Standardabweichung der Differenzen zu einer Geraden (innere Genauigkeit) $\pm 20''$, was ein Durchschnittswert für 7 untersuchte Nächte ist.

Nun soll "tempus correctum" kurz betrachtet werden. Folgende Tabelle zeigt für drei Nächte die Differenzen zwischen *tempus sec. horol. ambul.* und *tempus correctum*, der aus Sternhöhen korrigierten Zeit.

Tabelle 4.5.: tc-tsha für drei Nächte

a) 1659 Oct. 5 (Tomus II,2 S.37)

tsha	tsha-tc
$10^h 45^m 20^s$	$3^m 23^s$
10 47 30	3 31
11 48 30	3 30
11 53 30	3 30
11 57 40	4 40
11 59 40	4 40

12 09 30	6 00
12 14 00	6 00
12 20 00	6 00
12 22 45	6 45
12 24 40	6 40
12 29 00	7 00
12 36 20	8 18
12 38 15	8 36

b) 1660 Aug. 16 (S. 40/41)

tsha	tc-tsha
9 ^h 32 ^m 42 ^s	1 ^m 05 ^s
9 33 50	1 41
9 56 45	1 00
10 00 45	1 00
10 03 45	1 00
10 06 45	1 00
10 10 00	1 00
10 11 20	1 40
10 25 20	1 40
10 30 00	2 00
10 40 30	1 30
10 42 30	2 00
10 44 07	1 53
10 45 02	1 36

c) 1660 Aug. 18

tsha	tc-tsha
9 ^h 40 ^m 20 ^s	6 ^m 46 ^s
9 43 00	6 17
9 44 15	6 45
9 55 45	7 15
9 58 15	6 45
10 01 45	7 00
10 04 20	7 00
10 05 58	7 02
10 35 00	7 00
10 39 50	7 10

10 42 30	7 30
10 46 45	7 15
10 49 30	7 00
10 50 45	7 00
10 54 00	7 07
10 56 30	5 56

In der ersten dieser Nächte, 1659 Oct. 5, nimmt tsha-tc um ca. 5^{min} in ca. 30^{min} zu; d.h. es gibt einen Gang von 17%. Die Auswertung der Sternhöhen ergibt folgende Uhrstände (tsha-UT):

Nr.	tsha	Uhrstand
1	10 ^h 45 ^m 20 ^s	11 ^h 45 ^m 06 ^s .9
2	10 47 30	11 44 57.9
3	12 36 20	11 39 20.2
4	12 38 15	11 39 02.1

Die Ausgleichsgerade hat einen Gang von 5.3%. Das zweite Paar von Sternhöhen wurde um fast 2^h später gemessen als das erste. Die anderen beiden Nächte, 1660 Aug. 16 und 18 zeigen keinen systematischen Gang der Differenzen.

Die Differenzen tc-tsha sind im folgenden für Nächte aus den Jahren 1658, 1659 und 1670 durch einen geschätzten Mittelwert für den Abend aufgeführt. Diese Differenz zeigt keine systematische Abhängigkeit von der Jahreszeit, wie es der Fall wäre, wenn sie mit der Zeitgleichung zu tun hätte.

Tabelle 4.6.: Mittelwerte von (tc-tsha) in 34 Nächten

Datum	tc-tsha
1658 März 14	+0 ^m 9 ^s
15	+4 ^m
April 9	+2 ^m
10	-2
Mai 9	-1
10	0
Oct. 5	+20
13	+6
Nov. 1	-1
11	+16
16	+12 30

	Dec.	3	+10:
		6	+7 30
		31	+30
1659	Jan.	9	-3
		10	+8
		29	-50
	März	2	+4
		31	+3 55
	April	6	+2
		7	0
		30	+5
	Mai	1	+10:
		2	-30
1670	März	4	+8
		23	+4
		25	+30
		27	-2
		29	+4 30:
	April	3	+6
		4	+10
	Sept.	28	-45, +1 ^m 18 ^s
	Okt.	11	+4 15, +3 30
	Dec.	9	-2 30, -3

4.2. Die Ergebnisse der Durchrechnung

Die Verteilung der Standardabweichungen der mittleren Uhrstände der einzelnen Meßreihen (nicht nach der Anzahl der Sternhöhen getrennt) sind in folgender Tabelle gegeben:
oben: Intervall (s), unten: Anzahl der Meßreihen an einem Stern

Tabelle 4.7.: Verteilung der Standardabweichungen der Uhrstände
obere Zeile: Intervall, untere Zeile: Anzahl

0-10 ^s	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
9	15	25	24	17	10	5	7	9

90-100	100-110	110-120	120-130	130-140	140-150	150-160
6	3	3	3	1	1	1

>160

16

Ein mittlerer Zahlenwert für die Standardabweichung der Uhrstände ist $\pm 40^s$.

Die Verteilung von 1149 Messungen auf die Jahre ist die folgende:

Tabelle 4.8.: Verteilung von 1149 Mondbeobachtungen auf die Jahre

obere Zeile: Jahr, untere Zeile: Anzahl

1658	1659	1660	1661	1662	1663	1664	1665	1666	1667
77	128	178	104	33	54	0	10	10	33

1668	1669	1670	1671	1672	1673	1674	1675	1676	1677
12	0	49	137	21	78	11	0	49	39

1678 1679

47 79

Die meisten Beobachtungen fallen also in die Jahre 1660 und 1671.

Nun folgt eine Übersicht über die Verteilung auf die Monate:

Tabelle 4.9.: Verteilung auf die Monate

obere Zeile: Nummer des Monats, untere Zeile: Anzahl

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
101	31	228	168	95	33	32	84	104	82	126	65

Die Häufigkeiten der gemessenen Distanzen gibt die nächste Tabelle:

Tabelle 4.10.: Verteilung auf die gemessenen Distanzen

obere Zeile: Intervall, untere Zeile: Anzahl

0-5°	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
0	8	13	43	121	224	190	193	148
45-50	50-55	55-60						
125	60	24						

Die Verteilung auf die mittlere Elongation des Mondes ist folgendermaßen:

Tabelle 4.11.: Verteilung auf die mittlere Elongation des Mondes

obere Zeile: Intervall, untere Zeile: Anzahl

0-10°	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
0	0	14	21	18	37	17	43	57
90-100	100-110	110-120	120-130	130-140	140-150	150-160	160-170	
35	71	49	77	72	44	80	80	
170-180	180-190	190-200	200-210	210-220	220-230	230-240	240-250	
89	102	99	21	25	4	18	12	
250-260	260-270	270-280	280-290	290-300	300-310	310-320	320-330	
6	0	7	15	5	16	7	4	
330-340	340-350	350-360						
4	0	0						

Die meisten Messungen wurden also vor Vollmond, mit einer Häufung bei Vollmond gemacht.

Folgende Übersicht bezieht sich auf die Häufigkeiten der Zenitdistanzen des Mondes bei der Beobachtung:

Tabelle 4.12.: Verteilung auf die Zenitdistanzen des Mondes

obere Zeile: Intervall, untere Zeile: Anzahl

0-25°	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70
0	4	28	49	66	93	165	182	119	153
70-75	75-80	80-85	85-90						
177	81	29	3						

Es zeigt sich eine Häufung in Äquatornähe (entsprechend $z=54^\circ$) und bei etwas größeren Zenitdistanzen. Bei 113 der Messungen, also bei etwa 10%, war die Zenitdistanz des Mondes größer als 75° .

Nun soll ein Histogramm der O-C aller 1149 Messungen angegeben werden. Die Breite eines Intervalls ist $0:006=21''6$. Intervall Nummer 27 enthält $O-C=0:0$. Die beiden äußersten Intervalle, Nummer 1 und 53, enthalten auch alle Punkte mit noch größerem Betrag(O-C). Der Bereich der 53 inneren Intervalle ist $0:318=1144''8=19:08$.

Tabelle 4.13.: Histogramm der O-C der Mondabstände

obere Zeile: Nummer des Intervalls, untere Zeile: Anzahl

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
16	1	0	0	1	1	0	1	3	1	5	7	4	1	3	4
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
5	11	15	12	23	29	25	36	27	58	41	51	62	63	60	60
33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
54	52	59	39	52	31	35	26	29	27	16	10	13	14	15	10
49	50	51	52	53											
9	3	2	4	23											

Ohne die 39 äußeren Werte erhält man einen Mittelwert von $+102''$ und eine Standardabweichung von $\pm 171''$, was eine große Streuung der Messungen bedeutet. Für Teilgruppen der Daten ergeben sich aber nach den Ausgleichsrechnungen kleinere mittlere Fehler einer Einzelmessung, vgl. Tabelle 4.18. in Abschnitt 4.4, der folgende Zusammenstellung entnommen ist:

Zeile Nr. von 4.18.	Anzahl N	mittl. Fehler f
5	300	119''
8	108	97''
9	111	75''

Die Verteilung der Standardabweichungen der O-C von Meßreihen an einem Stern (nicht nach der Anzahl der Distanzmessungen getrennt), die ein Maß für die innere Genauigkeit der Messungen ist, zeigt die jetzt folgende Übersicht:

Tabelle 4.14.: Verteilung der Standardabweichungen der O-C von Meßreihen an einem Stern

(obere Zeile: Intervall, untere Zeile: Anzahl)

0-5"	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
18	24	31	27	33	26	23	20	18	30	13
55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90	90-95	95-100	>100"	
7	10	7	5	5	8	6	5	2	25	

Ein typischer Wert ist etwa 30". Die große Anzahl in dem Intervall 45-50" ist auffallend.

In einigen wenigen Nächten wurde nicht die Distanz zum Mondrand sondern zur Sichelspitze (Limbi Sept.) gemessen. Es ergaben sich folgende O-C-Werte:

1662 Februar 20	α And	+315.9
		+320.4
Februar 21	Schedir	+161.8
		+143.3

Diese O-C sind nicht auffällig verschieden von den Messungen zu Mondrändern. Sie wurden daher beibehalten.

Für die Nächte 1659 Mai 1 und Mai 2, die relativ große O-C zeigen, wurden die O-C nach den beiden Methoden (Gang oder nur mittlerer Uhrstand) verglichen. In diesen beiden Nächten geben beide Methoden fast identische Resultate. Der Betrag der Differenzen zwischen beiden Verfahren ist typischerweise 5", maximal 20".

Für N=1149 Daten wurden Mittelwerte der O-C in Intervallen von 10° für W gebildet. Dabei wurden nur die 1101 Punkte mit $\text{Betrag}(O-C) < 500''$ berücksichtigt. Das Ergebnis ist in Abb. 33 dargestellt. Ein Sinus-Term ist deutlich erkennbar. Der Cosinus-Term ist schwach positiv. Doch sind in diesen Mittelwerten die Beobachtungen aus dem gesamten Zeitraum überlagert; die Zeichnungen im folgenden Abschnitt 4.3. zeigen, daß eine weitere Differenzierung nötig ist.

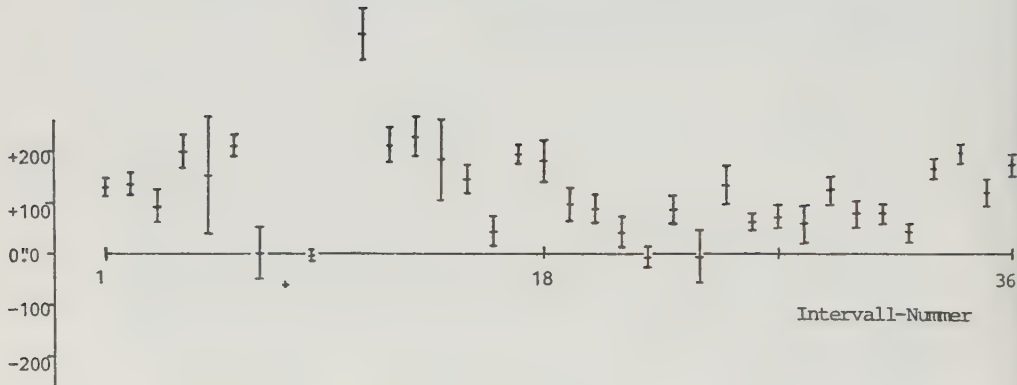


Abb. 33: Mittelwerte der O-C der Mondstrecken für 36 Intervalle des Positionswinkels W zu 10° und mittlerer Fehler des Mittels

4.3. Graphische Darstellungen der O-C der Mondsdistanzen

Für die Differenzen O-C der Mondsdistanzen ergibt sich aus den folgenden Abbildungen der Eindruck, daß sich die Messungen zum nahen Mondrand deutlich anders als diejenigen zum fernen Mondrand verhalten (Abb. 34). Die O-C der Distanzen als Funktion der Zeit sind in den Abb. 35 (ferner Mondrand) und Abb. 36 (naher Mondrand) dargestellt. Man erkennt verschiedene Gruppierungen. In den ersten Jahren sind die Messungen zum fernen Mondrand gegenüber denen zum nahen Mondrand nach positiven Werten verschoben; ab 1670 ist es umgekehrt. Wie kann dies erklärt werden? Halfen andere Assistenten bei den Messungen? Veränderten sich die Augen von Hevelius? In diesem Fall wäre allerdings das andere Vorzeichen zu erwarten: daß im Laufe der Zeit der nahe Rand zu weit entfernt eingestellt wird und die (O-C) kleiner werden. Oder wurde an der Beobachtungsmethode etwas geändert?

Von 1671 September 30 mit 1673 Dezember 4 wurde mit dem großen Oktanten aus Messing beobachtet (150 Messungen). Davon sind auffallend viele O-C-Werte negativ. Ein Histogramm der Mittelwerte für alle Meßreihen (nicht nach der Anzahl der Distanzen getrennt) an einem bestimmten Stern zeigt dies auch deutlich:

Tabelle 4.15.: Histogramm der <O-C> für Oktantenmessungen

<-260"	-260,-240	-240,-220	-220,-200	-200,-180	-180,-160	
4	0	0	1	1	1	
-160,-140	-140,-120	-120,-100	-100,-80	-80,-60	-60,-40	
5	3	4	3	2	1	
-40,-20	-20,0	0,20	20,40	40,60	60,80	80,100
4	3	2	5	1	1	2
100,120	120,140	140,160	160,180	180,200	200,220	220,240
1	1	1	0	2	1	1

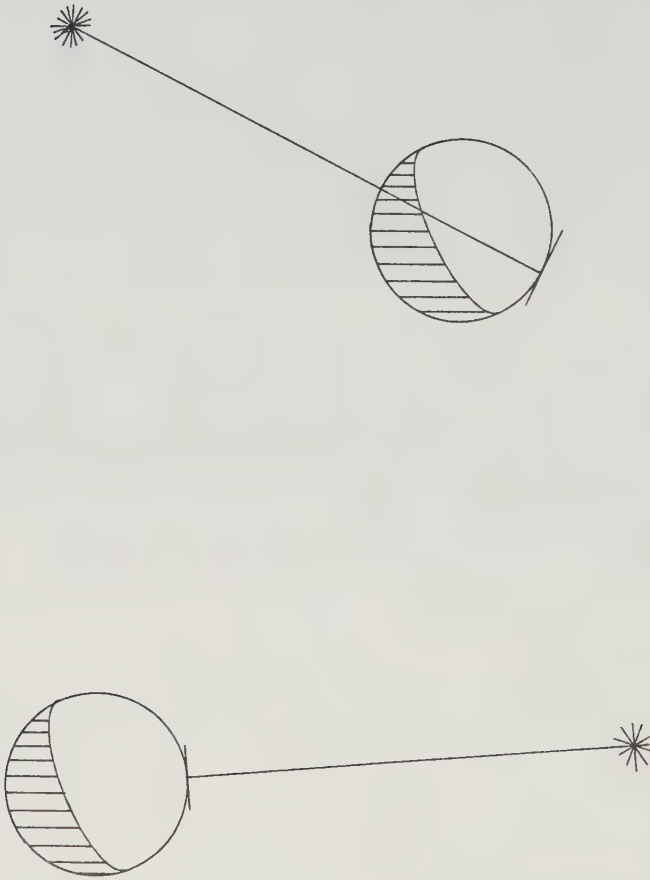


Abb. 34: Skizze von Messungen zum abgewandten bzw. zugewandten Mondrand.

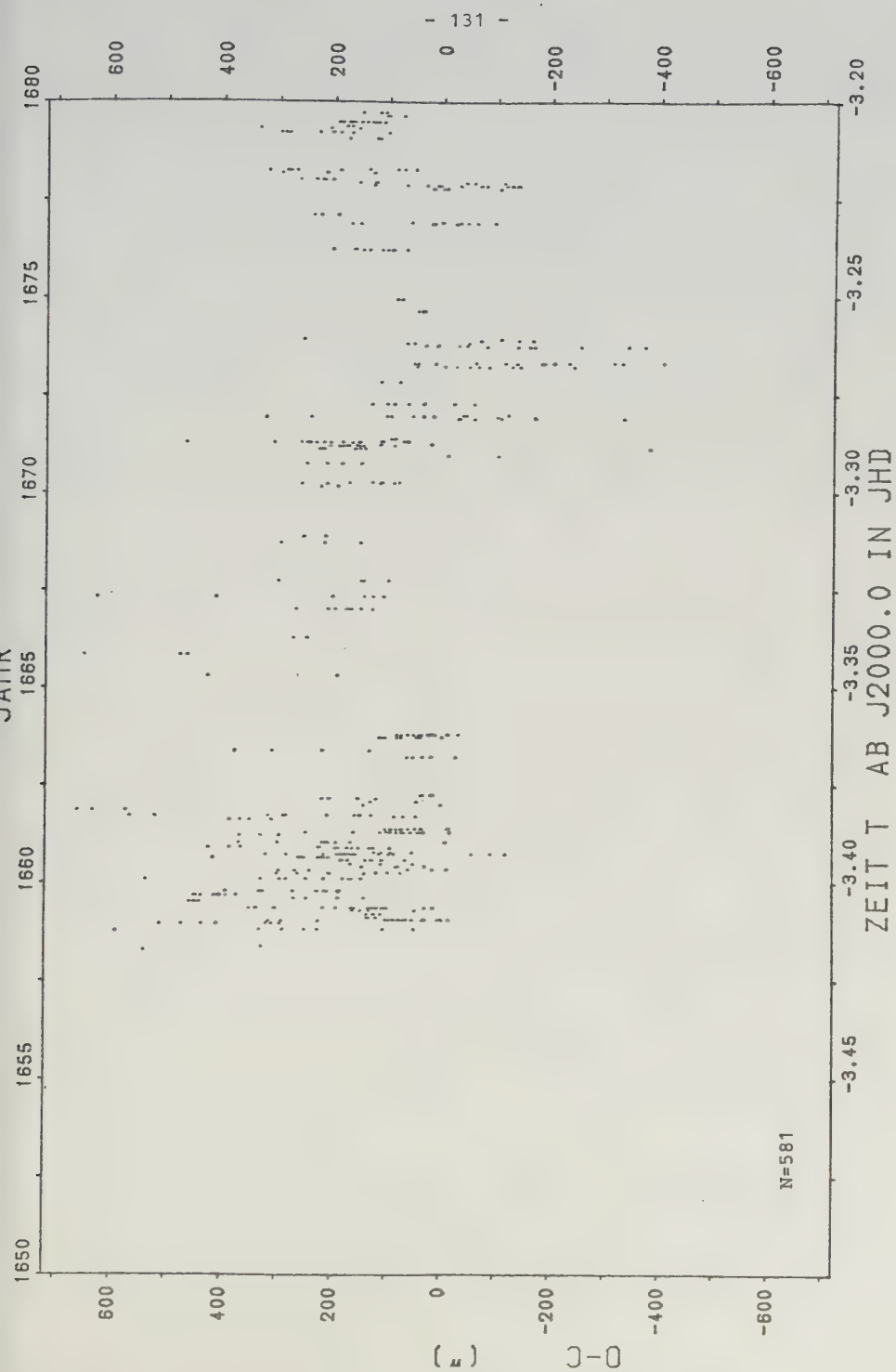


Abb. 35: Die O-C der Mondabstände für die Messungen zum fernen Rand als Funktion der Zeit

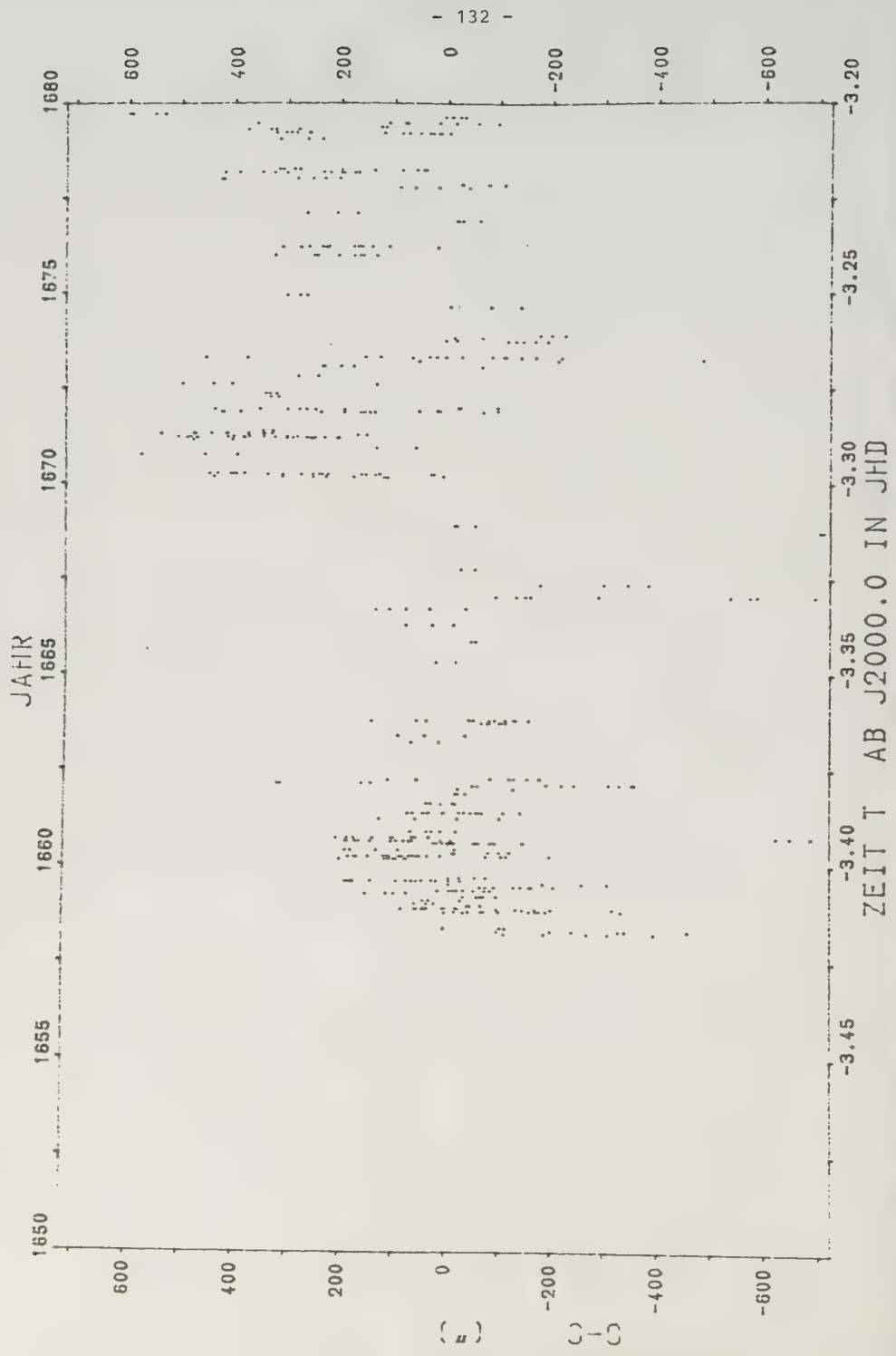


Abb. 36: Die O-C der Distanzen zum nahen Mondrand als Funktion der Zeit. N=568

>260

8

Das Maximum liegt für die Oktantenmessungen bei negativen O-C, ca. bei $-60''$. Drei Beobachtungsreihen mit größerer Häufigkeit der Punkte sind zu erkennen; die erste mit großer Streuung und Trennung zwischen nahem und fernem Mondrand; die zweite und dritte zwischen $+100''$ und $-250''$ wobei naher und ferner Mondrand nicht getrennt sind. Offenbar hatte der Oktant einen anderen Nullpunktsfehler als der Sextant. Die Meßfehler sind größer als beim Sextanten. Der Grund dafür kann die Tatsache sein, daß der Oktant zwei Zylinder als Objektivdiopter besaß, wie auf Tafel O neben Seite 254 von Tomus I der "Machina coelestis" zu sehen ist.

Ist bei den Mondbeobachtungen Überstrahlung wirksam? Ist die Streuung am größten nahe Vollmond? Um dies zu prüfen, wurde eine Zeichnung angefertigt, die die (O-C) als Funktion der mittleren Elongation des Mondes von der Sonne zeigt. Daran ist keine Korrelation mit der mittleren Elongation erkennbar. Die Streuung ist bei allen Elongationen etwa gleich.

Die Zeichnung Abb. 37 mit 568 Punkten zeigt für die Messungen zum zugewandten Mondrand die O-C als Funktion des Positionswinkels W. Man erkennt die Meßreihen an einem Stern als benachbarte, übereinanderliegende Punkte. Insgesamt sieht man, daß der Mittelwert der O-C positiv ist. Hier sind die Beobachtungen für alle zwei Jahrzehnte überlagert, die nach der Zeichnung der (O-C) gegen T in verschiedene Teilgruppen zerfallen. Für die vorliegende Zeichnung der Messungen zum nahen Mondrand ist die Streuung recht groß. Die Punkte liegen zwischen -400 und $+500''$. Wohl wegen der Überlagerung vieler Jahre ist ein sinus- oder cosinusförmiger Verlauf nicht deutlich erkennbar. Gehäuft sind die Messungen im Bereich ab Positionswinkel 180° bis 360° , also für Sterne oberhalb der Mondbahn.

Die nächste Zeichnung (Abb. 38) zeigt, wieder als Funktion des Positionswinkels, 592 Messungen zum fernen Mondrand. Hier ist die Streuung in vertikaler Richtung, also die Streuung der

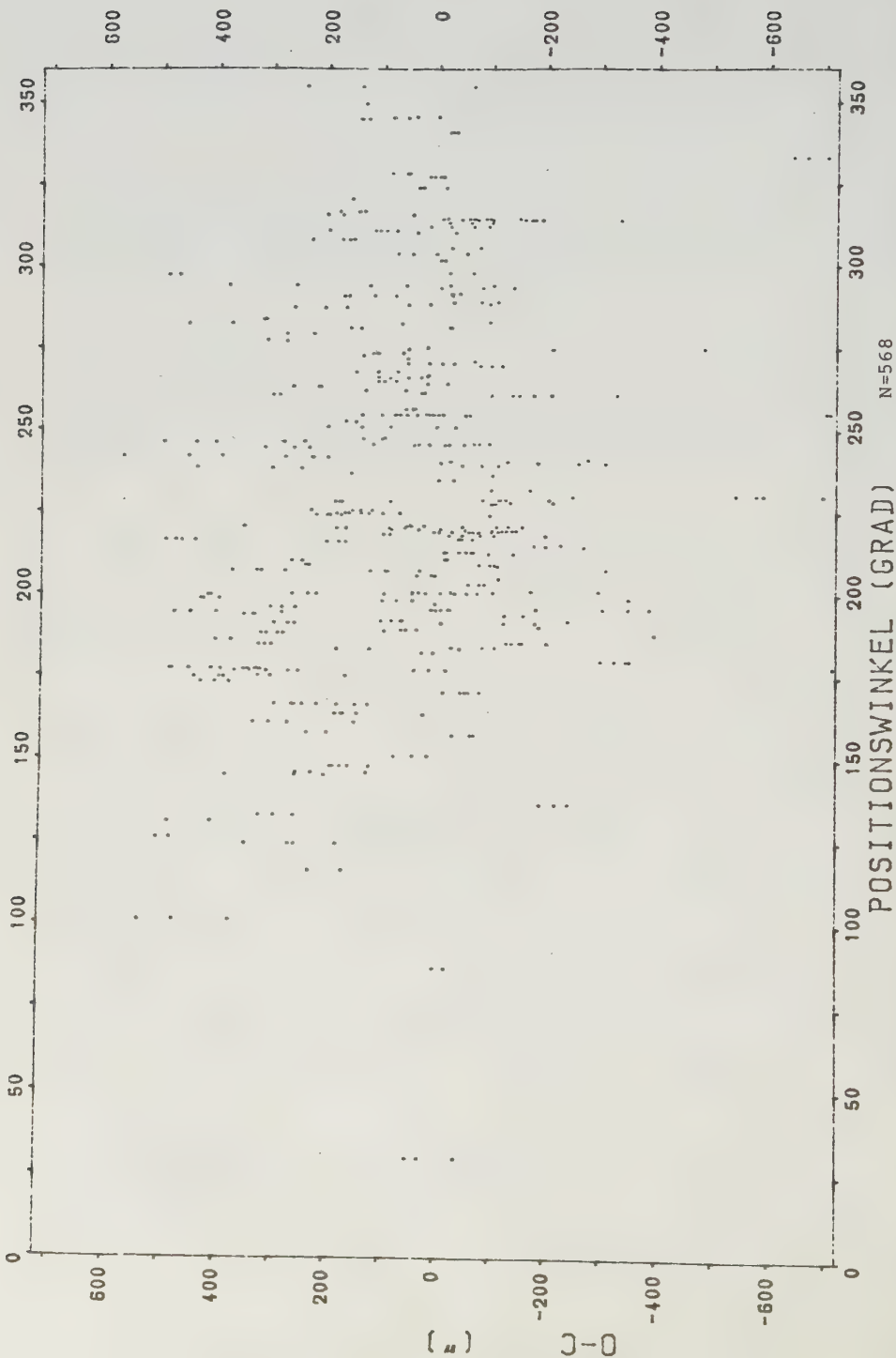


Abb. 37: Die O-C der Distanzen zum nahen Mondrand als Funktion des Positionswinkels W

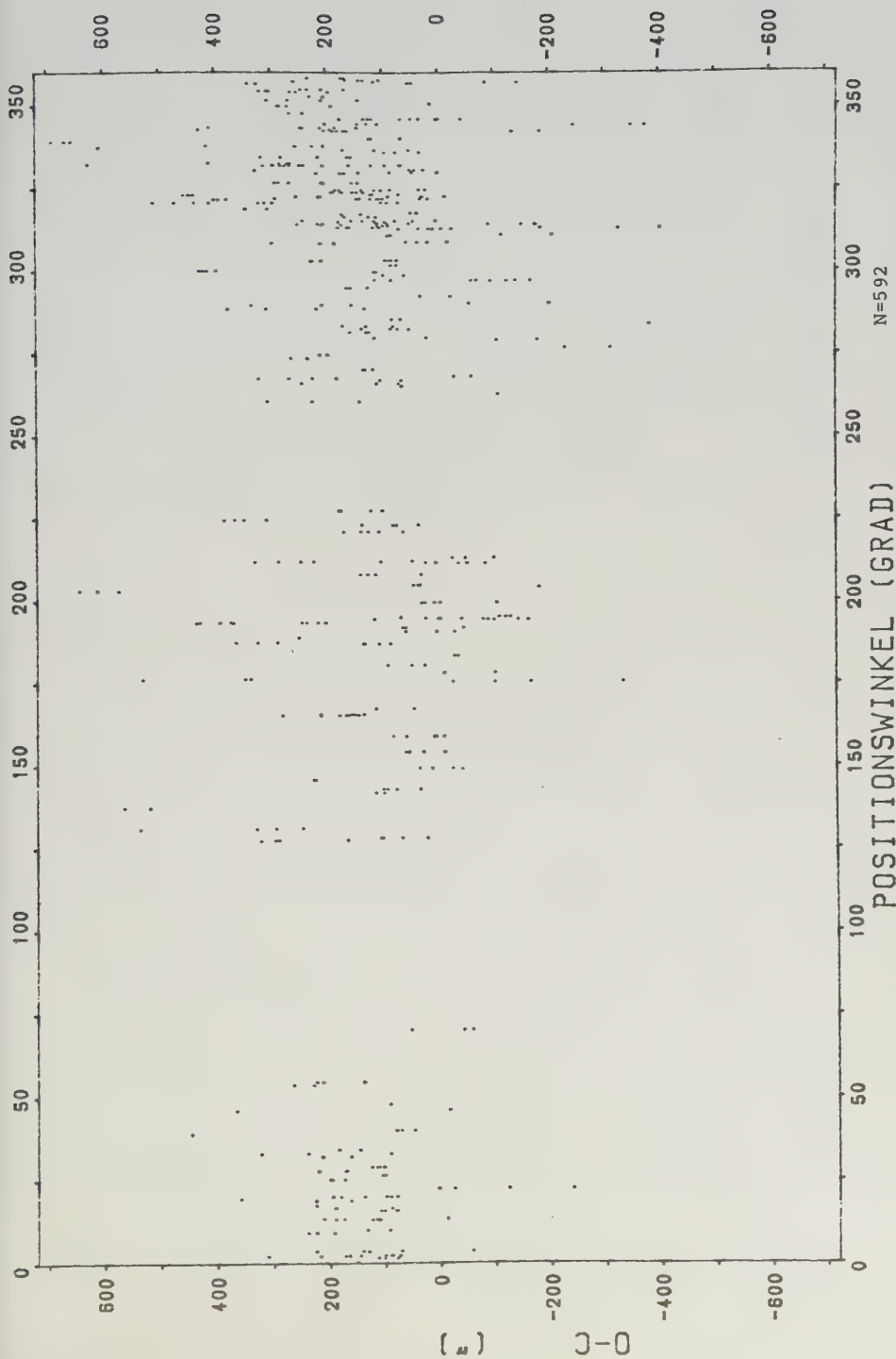


Abb. 38: Die O-C der Distanzen zum fernen Mondrand als Funktion des Positionswinkels ω

O-C, kleiner als bei der vorigen Zeichnung für die Messungen zum nahen Mondrand. Die meisten Punkte liegen in dem Bereich zwischen $-200''$ und $+500''$. Sie sind gehäuft um Positionswinkel von 180° und 360° . Die Verteilung ist dadurch bestimmt, daß meist der zunehmende Mond beobachtet wurde, der am Abendhimmel zu sehen ist, d.h. bei Messungen zum fernen Mondrand war der betreffende Stern meist in dem Bereich 270° bis 360° der Positionswinkel. Wurde dagegen zum nahen Mondrand gemessen, war der Stern meist näher am westlichen Horizont als der Mond, und es wurde hauptsächlich bei Positionswinkeln nahe 180° gemessen. Nun ist die Frage, ob an der vorliegenden Zeichnung für 592 Punkte ein Sinus- oder Cosinusterm erkannt werden kann. Man sollte sich aber eher auf die Ausgleichsrechnungen verlassen als versuchen, mit dem freien Auge eine Ausgleichskurve zu erkennen.

Zu den hier nicht abgebildeten Zeichnungen der O-C als Funktion des Richtungswinkels ZW ist zu sagen, daß sich die Messungen zum nahen Mondrand im Bereich $ZW < 0^\circ$ häufen, während die zum fernen Mondrand mehr im Bereich $ZW > 0^\circ$ liegen. Bei $ZW = 0^\circ$ gibt es eine ausgeprägte Lücke. Dies ist wohl darin begründet, daß meist der zunehmende Mond am Abendhimmel beobachtet wurde. Dann befindet sich ein Stern westlich des Mondes (näher am Westhorizont), der ein negatives ZW hat, am beleuchteten Mondrand. Dagegen ist ein Stern, der dem Mond nachfolgt, dem unbeleuchteten Mondrand benachbart, und es muß zum fernen Mondrand gemessen werden. Der Winkel ZW verhält sich ähnlich wie ($W - 270^\circ$), abgesehen von der Steigung der Mondbahn relativ zu äquatorparallelen Linien von etwa $\pm 23^\circ 5'$.

Zeichnungen für die O-C als Funktion der gemessenen Distanz sind in Abb. 39 für Messungen zum nahen Mondrand und Abb. 40 für Messungen zum fernen Mondrand gezeigt. Es wurden nur die Punkte von 1652 bis einschließlich 1671 Sept. 30 eingezeichnet. Die Punktwolke ist nach unten von einer annähernd waagrechten Linie begrenzt, nach oben durch eine gekrümmte Linie, so daß die Punkte in einem linsenförmigen Gebiet liegen. Es ist nicht so, daß man ein schmales Band erkennt, das einen engen Bereich

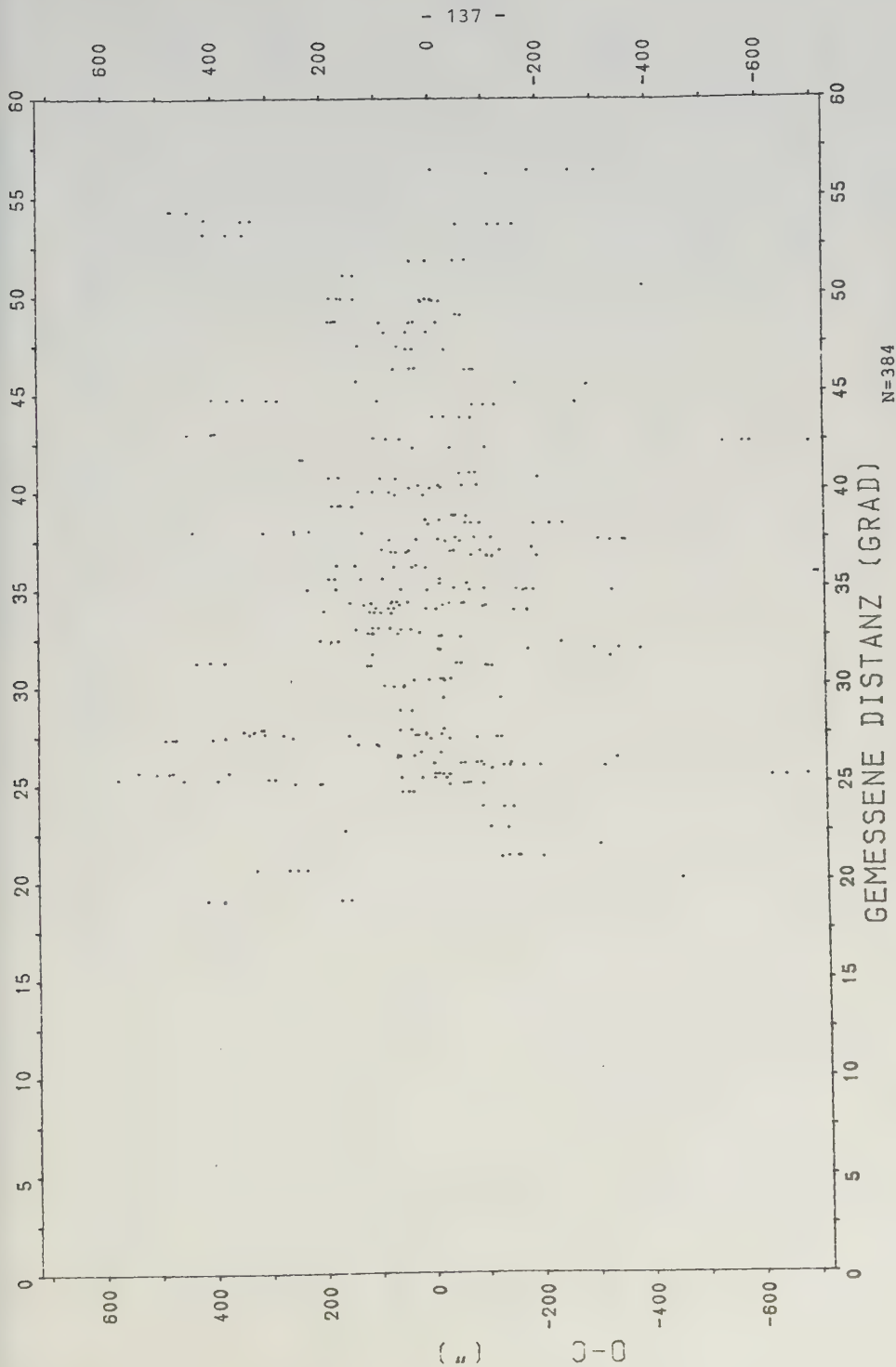


Abb. 39: Die O-C der Distanzen zum nahen Mondrand als Funktion der gemessenen Distanz

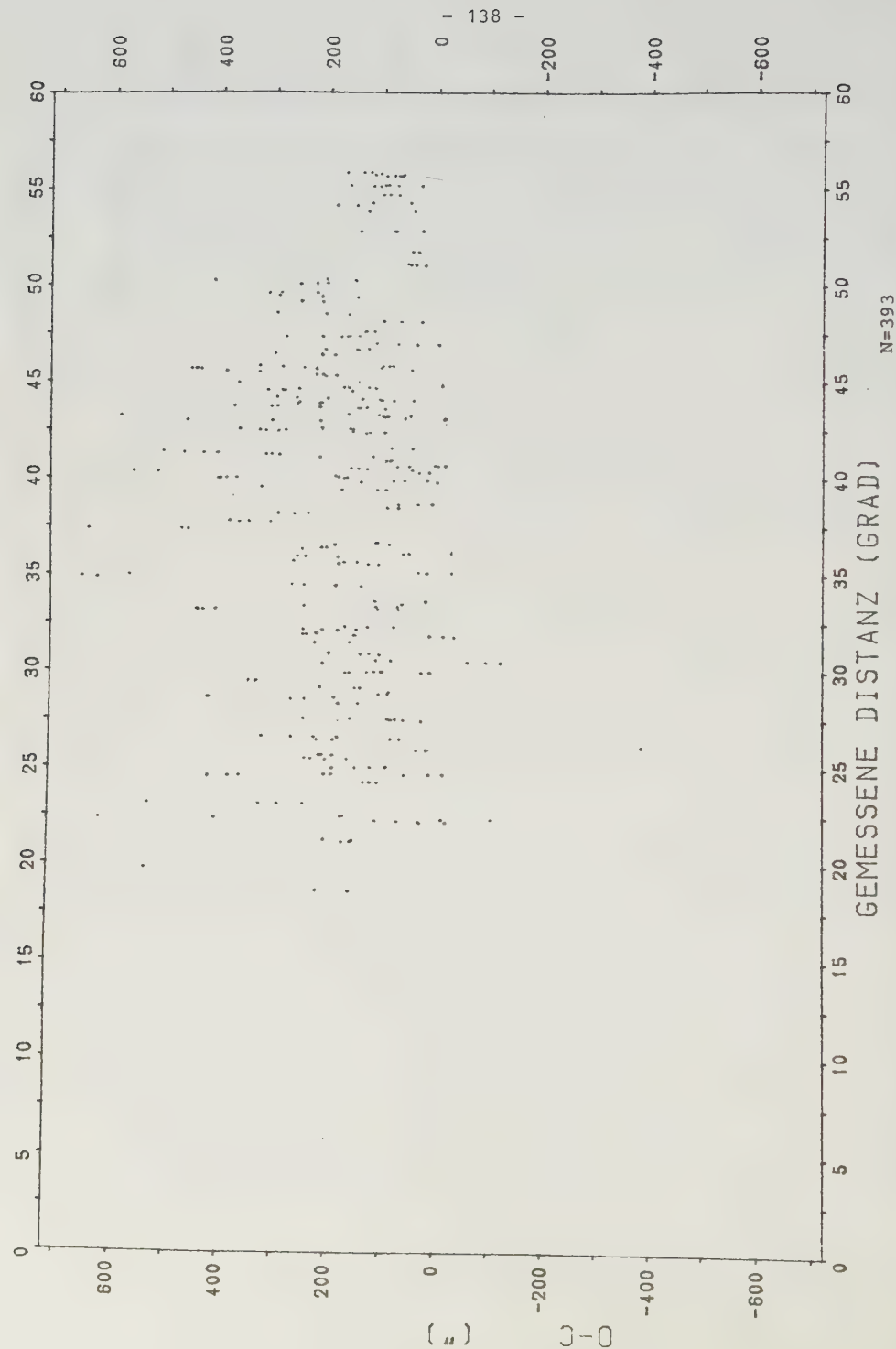


Abb. 40: Die O-C der Distanzen zum fernen Mondrand als Funktion der gemessenen Distanz

von z.B. $\pm 30''$ um eine stetige Kurve umfaßt, und dessen Verlauf man als Teilungsfehler des Instruments interpretieren könnte. Offenbar werden die große Streuung und Abweichung von $0-C=0''$ durch andere Ursachen bedingt. Möglicherweise treten bei der Einstellung des Instruments Sext. M. O. weit größere Fehler auf.

4.4. Ausgleichsrechnungen zu den Mondständen

Die O-C der Mondstände bzw. Sternbedeckungen wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen, um eine Verschiebung ΔL in der mittleren Länge des Mondes, die einem ΔT entspricht, zu berechnen. Es wurden Ansätze mit 2 bzw. 3 Unbekannten versucht:

$$O-C = x_k + x_c \cos W \quad (4.10.)$$

$$\text{bzw. } O-C = x_k + x_s \sin W + x_c \cos W. \quad (4.11.)$$

Weiterhin wurde probiert, statt einem konstanten Glied einen Term ϵx_ϵ anzusetzen, wobei $\epsilon = -1$ für eine Messung zum zugewandten, $+1$ für eine Messung zum abgewandten Mondrand ist. Das Programm wurde so geschrieben, daß nach einer Ausgleichung alle "Ausreißer", das sind Punkte, deren Residuals $\geq 2.5 \cdot (\text{Sigma der Residuals})$ sind, weggelassen werden und die Rechnung wiederholt wird. Insgesamt wurde die Ausgleichung viermal durchgerechnet, da bei den ersten Schritten grobe Ausreißer vorkamen.

Der Term proportional $\cos W$ entspricht einem ΔL_M . Der konstante Term ist bei einem Nullpunktsfehler zu erwarten, während ein Term mit ϵ auftritt, wenn eine Fadenbreite vorliegt. Ein Term proportional $\sin W$ zeigte sich unerwarteterweise bei den Rechnungen. Als Ursache hierfür kommen instrumentelle Fehler in Frage, z.B. ein Wackeln des Zylinders, an dessen Rand entlang zum Mond visiert wurde oder eine Verbiegung des Sextanten abhängig von seiner Neigung. Näherungsweise würden auch Verschiebungen längs der Richtung zum Zenit durch unvollständig berücksichtigte Refraktion oder Parallaxe $\sin W$ -Terme bewirken, doch kommt dies nicht in Frage, weil Fehler von dieser Größenordnung nicht möglich sind. Kann es einen Einfluß auf die Messungen haben, ob der Stern, dessen Distanz zum Mondrand gemessen wird, rechts oder links vom Mond steht? Im ersten Fall wird der Mond mit dem beweglichen Arm des

Sextanten anvisiert, im zweiten der Stern.

Für die Sternbedeckungen wurde angesetzt:

$$O-C = x_C \cos W + x_S \sin W, \quad (4.12.)$$

wobei x_C einem ΔL und x_S einem ΔB , einer Verschiebung in ekliptikaler Breite entspricht. Bei den Rechnungen ergibt sich x_S von sehr kleinem Betrag, was plausibel erscheint.

Ergebnisse der Rechnungen:

a) die vollständige Punktmenge

Ausgehend von 1160 Daten ergeben Ausgleichungen mit 2 bzw. 3 Unbekannten bzw. mit ϵ -Term die Ergebnisse in Zeilen 1, 3 und 5 von Tabelle 4.16. Es ergeben sich bei einem Ansatz mit einem konstanten Term Beträge von über +100". Der Cosinus-Term x_C liegt im Bereich von +20" $\pm$ 6". Der mittlere Fehler eines Einzelwerts wird ± 150 ". Bei dem Ansatz mit ϵ wird der Sinus-Term negativ, er wechselt praktisch das Vorzeichen. Der Cosinus-Term wird -7"7 $\pm$ 7"9, der ϵ -Term +45"7. Eine getrennte Durchrechnung nur für die Messungen zum nahen Mondrand (Zeile 3 und 4) ergibt für zwei bzw. drei Unbekannte einen konstanten Term und Cosinus-Term fast identisch für zwei oder drei Unbekannte, nämlich +125" bzw. +38"7 $\pm$ 7"0 und einen mittleren Fehler der Einzelmessung von 122". Eine kleinere Teilmenge als alle 1160 Messungen wurde mit dem ϵ -Ansatz gerechnet: Hier verändert sich nach sukzessivem Weglassen von Ausreißern der Cosinus-Term stark; in Zeile 5 ist er negativ, in Zeile 6 dann wird er praktisch 0".

b) formale Ausgleichsgeraden (Tabelle 4.17.)

Die Graphik der (O-C) als Funktion der Zeit zeigt verschiedene Gruppierungen. Es wurden deshalb formal Ausgleichsgeraden durchgelegt. Wenn man durch alle Daten eine formale Ausgleichsgerade ermittelt, ergibt sich eine Steigung von +285"8/cy $\pm$ 66"/cy. Nimmt man nur die Messungen zum nahen Mondrand, erhält man eine Steigung von (+1240 $\pm$ 96)"/cy, dagegen wird für die Messungen zum fernen Mondrand die Steigung

Tabelle 4.16.

Ausgleichsrechnungen für die Mondstanzanzen

N	xk	xs	xc	f	Nr.
1100	+111".5 ± 4".7		+17".5 ± 6".1	157".0	1
1097	+139.7 ± 5.9	+71.1 ± 9.3	+21.6 ± 6.0	152.5	2
552	+125.1 ± 5.7		+38.7 ± 7.0	122.2	3
592	+126.8 ± 6.5	+7.2 ± 10.7	+38.7 ± 7.1	122.7	4
N	xeps	xs	xc	f	Nr.
1097	+45.7 ± 6.1	-85.6 ± 8.7	-7.7 ± 7.9	176.9	5
964	+37.4 ± 6.7	-82.6 ± 9.3	-1.1 ± 8.6	178.9	6

Tabelle 4.17.
formale Ausgleichsgeraden für die Mondabstände

N	Abschnitt	Steigung	f	Bemerkung
1085	+1059.8+219"	+285.8+66"/cy	157"	1085 von 1149 Punkten
546	+4206.7+321	+1240.0+96	165	546 von 568 Messungen zum nahen Mondrand
546	-1529.3+245	-499.7+74	125	546 von 581 Messungen zum fernen Mondrand

$(-499.7 \pm 74)''/\text{cy}$.

c) Bemerkungen zu Tabelle 4.18. der Ausgleichungen

Es folgen für Teilgruppen der 1160 Messungen Rechnungen mit 3 Unbekannten und zwar zunächst mit konstantem Term und dann mit ϵ -Term. Zeile 1 mit $N=553$ (die Messungen mit 1668) wurde nur mit den O-C mit Betrag $((O-C)-150'') < 360''$ berechnet, Zeile 3 entsprechend für alle O-C. Der Cosinus-Term wird positiv: $+54''6 \pm 6''6$ bzw. $+65''1 \pm 7''4$. Eine nochmalige Aufschlüsselung dieser Gruppe in fernen und nahen Rand in Zeile 4 und 5 bzw. 6 liefert für fernen Rand einen negativen Cosinus-Term und negativen Sinus-Term von $x_c = -9''7 \pm 9''8$ bzw. $-7''0 \pm 9''6$; $0''$ liegt innerhalb 1σ vom Ergebnis x_c . Zum nahen Rand wird $x_c > 0$: $x_c = +19''8 \pm 10''3$. Die Teilgruppe nach 1668, Zeile 2, mit Abschneiden liefert einen negativen Cosinus-Term von $-25''1 \pm 9''0$ und einen positiven Sinus-Term. Bei der Differenzierung zwischen nahem und fernem Rand, Zeile 4, 5 und 6, unterscheiden sich die Werte für den konstanten Term x_k stark, wie man auch an der Graphik der O-C sieht. Eine Testrechnung für die Beobachtungen mit dem Oktanten aus Messing (Oct. M. O.) und nur für den nahen Mondrand, Zeile 7, mit $N=71$ ergibt sehr große mittlere Fehler der Unbekannten und ist praktisch nicht aussagekräftig. Es folgen in Zeile 8 und 9 Rechnungen für die Gruppe nach den Oktantenbeobachtungen und zwar naher bzw. ferner Mondrand. Der Cosinus-Term fällt für beide Gruppen stark verschieden aus $-158''6 \pm 18''9$ bzw. $+107''3 \pm 9''0$ der mittlere Fehler des Einzelwertes ist sehr klein. Nun werden noch Rechnungen mit dem ϵ -Ansatz beschrieben, der für die verschiedenen Teilgruppen (Zeile 10: mit 1668, Zeile 11: nach 1668) nach den Graphiken sinnvoll erscheint. In beiden Fällen wird $x_c < 0$ und zwar $-7''8 \pm 7''6$ bzw. $-17''3 \pm 14''0$.

Für die zuverlässigsten Ergebnisse, Zeile 4, 5, 10, 11 beträgt x_c etwa $-10'' \pm 10''$. Folgende Tabelle zeigt die aus den x_c durch Multiplikation mit $(-1^S 821/'')$, dem Kehrwert der mittleren Bewegung des Mondes $0^S 549/'^S$, erhaltenen ΔT :

Zeile ΔT

4 $+17.7 \text{ sec}$

Tabelle 4.18.

Ausgleichsrechnungen für die Mondstistanzen

N	xk	xs	xc	f	Nr.	Bemerkung
553	+101.7 ± 7.2	+55.1 ± 11.6	+54.6 ± 6.6	119.6	1	mit 1668; Abschneiden
492	+161.9 ± 8.2	+72.3 ± 12.9	-25.1 ± 9.0	152.5	2	nach 1668; Abschneiden
579	+99.0 ± 8.1	+43.0 ± 13.0	+65.1 ± 7.4	136.3	3	mit 1668
304	+164.6 ± 8.7	-22.7 ± 16.0	-9.7 ± 9.8	123.1	4	mit 1668; ferner Rand
300	+159.8 ± 8.5	-23.0 ± 15.5	-7.0 ± 9.6	119.3	5	"
276	-19.5 ± 13.2	-31.1 ± 17.7	+19.8 ± 10.3	105.4	6	mit 1668; naher Rand
71	+125.2 ± 36.7	+69.2 ± 45.5	-4.6 ± 43.3	217.6	7	Oct.M.O.; naher Rand
108	+105.2 ± 19.4	+16.2 ± 24.0	-158.6 ± 18.9	97.6	8	nach Oct.M.O.; naher Rand
111	+55.2 ± 11.4	-84.4 ± 19.8	+107.3 ± 9.0	75.8	9	nach Oct.M.O.; ferner Rand

N	xeps	xs	xc	f	Nr.	Bemerkung
590	+108.5 ± 5.9	-104.6 ± 8.7	-7.8 ± 7.6	127.8	10	mit 1668
494	-37.9 ± 10.8	-68.0 ± 14.5	-17.3 ± 14.0	203.3	11	nach 1668

5	+12.7
10	+14.2
11	+31.5

Diese Auswahl beruht auf folgenden Überlegungen: Zeile 1 und 2 werden nicht weiter betrachtet wegen der Willkür des Abschneidens; Zeile 3 auch nicht, denn es ist viel vernünftiger, zwischen nahem und fernem Mondrand zu trennen, wie man an Hand der Zeichnungen sieht. Da bei den Messungen zum fernen Mondrand die Streuung kleiner ist als bei den Messungen zum nahen Mondrand (Zeile 6), wird in Zeile 4 also eine Rechnung mit Messungen zum fernen Mondrand ausgewählt (die Daten bis einschließlich 1668) $N=304$ bzw. Zeile 5 $N=300$, wenn man noch vier starke "Ausreißer" wegläßt. Dies ist auch das als endgültig betrachtete Ergebnis.

Die Oktantenbeobachtungen (Zeile 7) sind viel zu ungenau und scheiden aus. In dem Zeitraum, der auf die Oktantenbeobachtungen folgt (Zeile 8 und 9), ist der mittlere Fehler f am kleinsten von allen Ausgleichungen dieser Tabelle 4.18. ($f=97''6$ bzw. $75''8$), aber die Ergebnisse für x_c für nahen bzw. fernen Rand widersprechen sich und haben extrem großen Betrag. Offenbar sind die Messungen bis 1668 genauer als die späteren Messungen.

In Zeilen 10 und 11 wurde mit einem ϵ -Term im Ansatz gerechnet, Zeile 10 mit 1668, Zeile 11 nach 1668. Zeile 10 stimmt etwa mit den beiden vorher ausgewählten Zeilen 4 und 5 überein, das Ergebnis in Zeile 11 für x_c ist stärker negativ, also ΔT stärker positiv.

Abschließend kann über die Mondsdistanzen gesagt werden, daß sich im gesamten Zeitraum Änderungen des Verhaltens der O-C zeigen, daß der mittlere Fehler einer Einzelmessung bei den meisten Ausgleichsrechnungen größer als erhofft ausfällt, daß aber das Endergebnis für x_c vernünftig ist.

5. Die von Hevelius beobachteten Sternbedeckungen

Alle damals verfügbaren Beobachtungen von Sternbedeckungen wurden erstmals von Newcomb (1878) und (1912) ausgewertet. Newcomb verwendete für die Mondörter Hansen's Mondtheorie. Er untersuchte Sternbedeckungen von den Beobachtungen von Gassendi 1621 bis 1908, u.a. auch ca. 50 Sternbedeckungen, die Hevelius mit Teleskopen beobachtet hatte.

Das Ziel von Newcomb's Arbeit war der Vergleich von Mondbeobachtungen seit der Antike mit einer Mondtheorie um die säkulare Akzeleration und die Fluktuationen der Mondbewegung zu untersuchen. Hinzu kommt, daß Hansen und Delaunay verschiedene theoretische Ergebnisse für manche Ungleichheiten der Mondbewegung erhalten hatten, was genauer geprüft werden sollte. Erste Untersuchungen über die historischen Sonnenfinsternisse und die Mondfinsternisbeobachtungen des Almagest stammen von Zech aus den Jahren 1851 und 1853. Für die etwa 40 Sternbedeckungsbeobachtungen von Hevelius erhielt Newcomb (1878), S. 232 einen wahrscheinlichsten Fehler von $\pm 12''$. Er berechnete für eine Gruppe mit den meisten Daten $\Delta\lambda = +31'' \pm 5''$ relativ zu Hansen's Mondtheorie, bzw. $+16''$ relativ zu dieser Theorie ohne Hansen's empirischen Term.

Die Methode der Zeitbestimmung bei Newcomb ist vergleichbar mit der in der vorliegenden Arbeit. Newcomb berechnete aus den Sternhöhen mittlere Zeit (UT) und erhielt damit für jede Sternhöhenmessung einen Uhrstand (clock correction). Aus den clock corrections für alle Sternhöhen einer Nacht bildete er meist den Mittelwert und konnte dadurch die von Hevelius angegebene Zeit umrechnen in UT.

Die von Hevelius beobachteten Sternbedeckungen werden auch von Morrison, Lukac und Stephenson (1981) aufgelistet, wobei in den meisten Fällen die UT von Newcomb beibehalten wurden.

Die gesamte Problematik der Sternbedeckungen wurde nach Newcomb von Spencer Jones (1932) erneut diskutiert, wobei er durch differentielle Korrektur ausgehend von Newcomb's Arbeit

von Hansen's Mondtheorie zur Brown'schen Mondtheorie übergang.

Eine weitere Diskussion gibt Brouwer (1952) für den Zeitraum 1820-1950.

Der nächste Schritt ist die Arbeit von Martin (1969), der die Brownsche Theorie für die Mondörter vollständig auswertete. Er verwendete ein Computerprogramm für die Brownsche Mondtheorie sowie Sternörter nach dem Zodiacal Catalogue (ZC) (Robertson 1940) und Korrekturen für das Mondrandprofil nach Watts (1963). Für den Zeitraum 1627-1860 reduzierte er 2018 Ereignisse und erhielt damit eine ΔT -Tabelle sowie Verbesserungen von Bahnelementen der Mondbahn und des Referenzsystems der Sterne. Weiterführungen der Auswertung von Sternbedeckungen sind z.B. die Arbeiten von Morrison (1979) (Zeitraum 1943-1974), Stephenson und Morrison (1984) (siehe Abschnitt 4.1. und Abb. 28, sowie Abb. 6a in Abschnitt 2.) und Sôma (1985) (Zeitraum 1955-1980).

Die vorliegende Auswertung der von Hevelius mit Teleskopen beobachteten Sternbedeckungen führt zu den folgenden Ergebnissen:

Die Sternbedeckungen wurden mit dem gleichen Programm ausgewertet wie die Mondabstände. Unregelmäßigkeiten des Mondrandes wurden nicht berücksichtigt. Die ermittelten UT der Ereignisse sind in folgender Tabelle zusammengefaßt. "Newcomb" bedeutet die von Newcomb (1878) angegebene UT, "mit Gang" die UT, die man erhält, wenn ein Gang der Uhr angesetzt wird; "mit Uhrstand" bezieht sich auf Rechnungen mit mittlerem Uhrstand.

Tabelle 5.1.: Die UT der Ereignisse nach drei Methoden

Nr.	Datum	Newcomb	mit Gang	mit Uhrstand
1	1658 Okt. 14	21 ^h 52 ^m 19 ^s +35 ^s	22 03 05.9	21 56 02.0
2	1660 Apr. 27	1 24 01 ±12	1 24 02.0	1 24 02.6
3	1660 Juni 17	21 41 49 ±20	21 41 32.4	21 41 54.8
4	1663 März 14	20 24 49 ±40	20 24 37.9	20 26 15.8
5	"	21 17 31 ±25	21 17 24.0	21 16 45.8
6	"	21 20 31 ±25	21 20 32.1	21 19 45.8
7	1663 Aug. 18	20 01 01 ±12	20 00 53.7	20 00 56.5
8	"	20 50 55 ±12	20 50 49.4	20 50 50.5

9	1664 März 31	20 09 44 ±18	20 09 36.3	20 10 34.0
10	"	21 01 30 ±18	21 01 23.4	21 00 43.0
11	1671 Apr. 22	21 32 25 ±15	21 32 23.1	21 32 06.4
12	"	22 41 54 ±15	22 41 50.3	22 42 03.4
13	1672 Nov. 5	23 21 57 ±30	23 14 20.2	23 21 54.2
14	"	23 33 42 ±28	23 27 03.1	23 33 39.2
15	"	23 52 28 ±25	23 47 21.5	23 52 25.2
16	1673 März 22	18 51 10 ±25	18 51 10.9	18 51 10.1
17	"	18 54 10 ±25	18 54 10.7	18 54 10.1
18	"	19 05 10 ±25	19 05 10.1	19 05 10.1
19	"	19 10 10 ±25	19 10 09.8	19 10 10.1
20	1674 Aug. 24	0 26 53		0 26 53.4
21	"	0 54 23		0 54 23.4
22	"	1 11 23		1 11 23.4
23	"	1 17 53		1 17 53.4
24	"	1 29 23		1 29 23.4
25	"	1 36 53		1 36 53.4
26	"	1 46 53		1 46 53.4
27	"	1 49 53		1 49 53.4
28	"	2 02 13		2 02 13.4
29	"	2 53 48		2 53 48.4
30	1675 Jan. 11	18 53 56	18 54 01.0	18 53 46.9
31	"	19 28 26	19 28 26.6	19 28 16.9
32	"	19 44 31	19 44 29.4	19 44 21.9
33	"	20 02 16	20 02 12.2	20 02 06.9
34	1679 März 30	1 35 54 ±22	1 34 51.7	1 35 26.9
35	"	2 51 34 ±15	2 51 38.0	2 51 06.9
36	"	1 43 34 ±20	1 42 38.4	1 43 06.9
37	"	3 00 09 ±16	3 00 20.5	2 59 41.9
38	1679 Juni 24	21 51 42 ±6	21 51 34.2	21 51 12.6
39	"	22 32 29 ±6	22 32 03.4	22 31 59.6
40	1681 Jan. 1	18 27 41 ±20	18 27 51.9	18 27 41.0
41	"	19 36 41 ±17	19 36 20.4	19 36 41.0
42	1683 April 2	20 43 44 ±24	20 22 53.3	20 44 06.5
43	"	21 20 20 ±20	21 05 48.4	21 20 12.5
44	"	21 43 34 ±18	21 33 25.8	21 43 26.5

45	1678 Juni 4	0 11 06.9	0 14 24.7
46	"	0 42 57.7	0 44 24.7

Die Zeitbestimmungen in den ersten beiden Spalten stimmen praktisch immer innerhalb 10^s überein, meistens sogar innerhalb 5^s . Die Nächte mit größeren Differenzen (1658 Okt. 14, 1672 Nov. 5, 1683 April 4) kann man durch die Verteilung der Sternhöhen erklären. Die Rechnungen mit mittlerem Uhrstand stimmen viel besser mit Newcomb überein.

Folgende Tabelle gibt die Verteilung der O-C des Abstandes vom Mondzentrum, also (Mondradius-Abstand nach der Ephemeride) in Bogensekunden für 48 Ereignisse, wenn man mit einem mittleren Uhrstand rechnet:

Tabelle 5.2.: Die Verteilung der O-C der Sternbedeckungen

Intervall	N
<-50"	5
-50...-40	2
-40...-30	7
-30...-20	4
-20...-10	3
-10...0	10
0...+10	9
+10...+20	5
+20...+30	2
+30...+40	0
+40...+50	0
>+50"	1

Es kommen also einige betragsgroße O-C vor. In der Literatur wird oft die Größe $\Delta\sigma := -(O-C)$ betrachtet.

Die Tabelle 5.3. über die O-C der Sternbedeckungen gibt in Spalte (1) das Datum und in Spalte (2) Name oder Katalognummer des Sterns. Spalte (3) ist zu entnehmen, ob ein Eintritt (E) oder Austritt (A) beobachtet wurde und eventuell, ob das Ereignis am hellen Mondrand erfolgte (B). Spalte (4) enthält den Positionswinkel W in Grad, der von der Bewegungsrichtung des Mondes aus im Gegenuhrzeigersinn gemessen wird. In Spalte

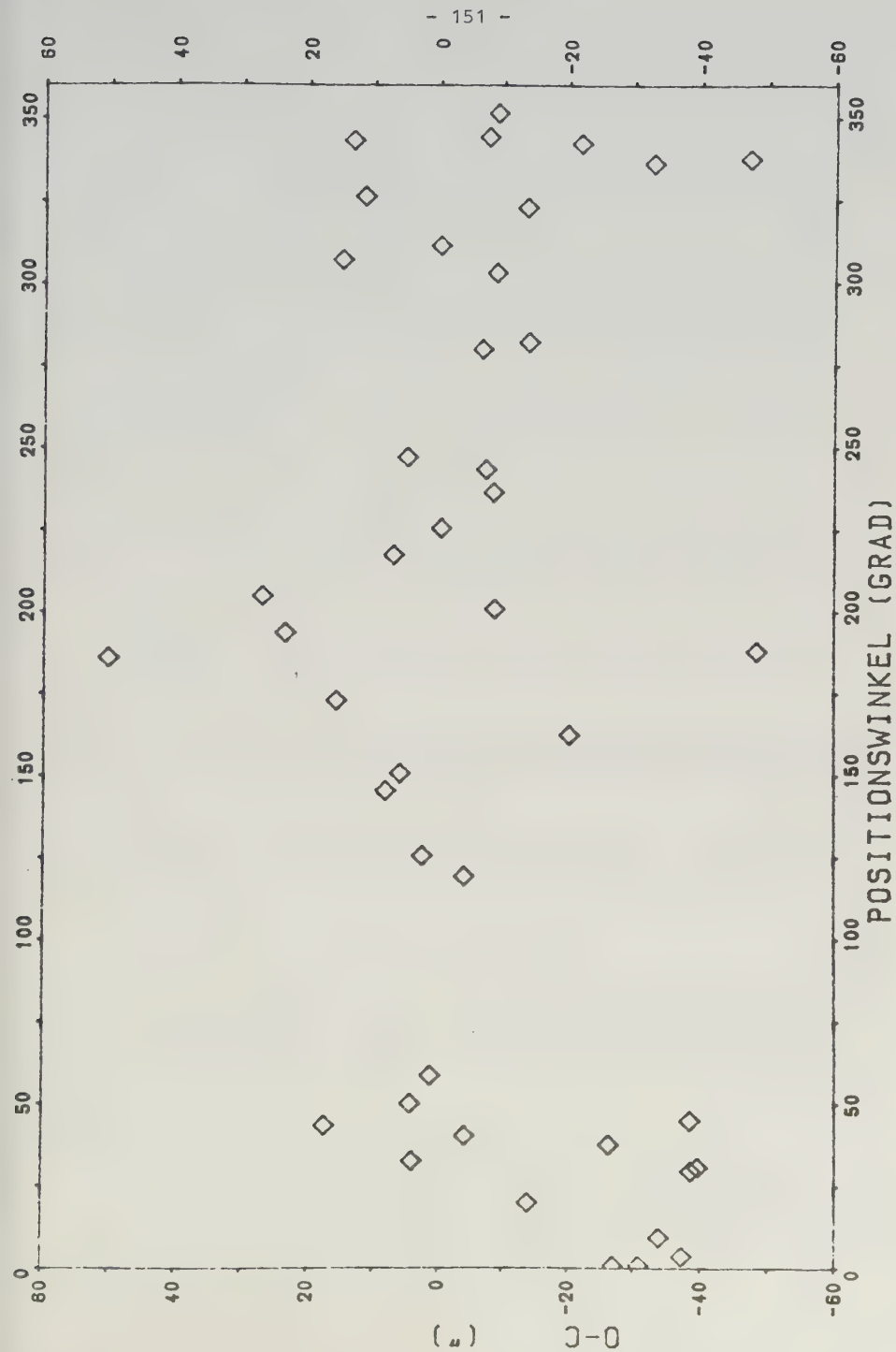


Abb. 41: Die O-C der Sternbedeckungen als Funktion des Positionswinkels

Tabelle 5.3. Die Sternbedeckungen. Erklärung im Text

Nr.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
1	1658 Okt. 14	53 Tau	E	307.1	+124.15	+15.1	-50.6	-34.9	-10.5	-53.5	-45.4	+5.2
2	1660 April 27	Beta Sco	A	150.9	+6.3	+6.1	+6.7	-14.3	+15.3	+25.0	+1.0	-5.7
3	1660 Juni 17	Alpha Vir	E	326.3	+3.3	+11.7	+9.5	-	-	-6.6	-	-
4	1663 März 14	ZC 661	E	43.5	-24.5	+17.5	-19.7	-0.9	-12.7	-38.1	-13.6	+6.1
5	"	ZC 671	E	357.4	-82.5	-104.8	-78.4	-	-	-105.5	-	-
6	"	ZC 669	E	337.6	-22.6	-47.1	-23.2	-6.4	-16.2	-53.1	-22.6	+0.6
7	1663 Aug. 18	e ² Aqr	E	311.4	-0.7	+0.1	+1.4	+15.9	-11.6	-11.0	+4.3	+2.6
8	"	"	A	225.6	+0.2	-0.1	-1.4	-16.3	+12.2	-3.2	-4.1	-2.7
9	1664 März 31	Alpha Tau	E	343.3	-17.7	+13.4	-13.6	+5.5	-16.8	-37.4	-11.3	+2.3
10	"	"	A	205.0	+4.4	+27.1	+0.7	-	+15.9	+15.4	-	-
11	1671 April 22	Alpha Vir	E	342.3	-16.1	-21.7	-15.4	+3.4	-16.7	-29.3	-13.3	+2.1
12	"	"	A	217.5	+11.5	+7.2	+10.3	-4.2	+13.9	+23.4	+9.7	-0.6
13	1672 Nov. 5	ZC 536	E,B	30.8	-222.5	-39.5	-38.3	-15.8	-15.0	-51.7	-30.8	+7.5
14	"	ZC 539	E,B	0.8	-215.1	-26.9	-25.5	-0.5	-17.5	-48.8	-18.0	+7.5
15	"	ZC 541	E,B	29.6	-162.3	-38.5	-37.3	-16.1	-15.2	-53.9	-31.3	+6.0
16	1673 März 22	ZC 539	F	50.1	+4.7	+4.4	+4.4	+18.3	-11.2	-11.2	+7.1	+2.7
17	"	ZC 538	E	323.0	-13.2	-13.4	-13.5	+3.9	-14.0	-33.3	-10.1	+3.4
18	"	ZC 542	E	32.6	+4.1	+4.1	+4.1	+22.5	-14.7	-15.4	+7.8	+3.7
19	"	ZC 543	E	40.2	-4.2	-4.1	-4.2	+13.3	-13.4	-23.1	-0.1	+4.1
20	1674 Aug. 24	ZC 537	E,B	336.4	-33.5	-32.7	-	-13.8	-16.0	-49.9	-29.8	-
21	"	ZC 536	E,B	282.2	-13.8	-13.7	-	-8.8	-3.7	-25.3	-12.5	-
22	"	ZC 545	E,B	37.6	-26.1	-26.2	-	-9.5	-13.9	-40.8	-23.4	-
23	"	ZC 536	A	243.4	-7.2	-7.1	-	-15.8	7.8	-3.9	-8.0	-
24	"	ZC 541	E,B	280.1	-6.4	-6.6	-	-2.4	-3.1	-12.8	-5.5	-
25	"	ZC 537	A	188.0	-49.0	-48.3	-	-	-	-34.1	-	-

Nr.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
26	"	ZC 552	E, B	19.8	-13.0	-13.8		+5.5	-16.5	-26.2	-11.0	
27		ZC 541	A	247.2	+4.9	+5.2		-2.1	+6.8	+7.7	+4.7	
28		ZC 545	A	125.6	+1.8	+2.6		-10.2	+10.2	+14.8	0.0	
29		ZC 552	A	145.5	+6.3	+8.3		-9.1	+14.4	+23.1	+5.3	
30	1675 Jan. 11	SAO 097354	E	64.7	-365.5	-368.3	-366.5	-		-		
31	"	85 Gem	E	58.6	+3.7	+1.4	+3.6	+14.1	-9.1	-10.0	+5.0	+1.4
32	"	SAO 097373	E	75.1	-312.6	-313.5	-312.4	-		-		
33	"	85 Gem	A	119.3	-5.2	-4.0	-6.1	-18.6	+8.6	+1.8	-10.0	-3.9
34	1679 März 30	Alpha ¹ Lib	E, B	344.3	-20.0	-7.5	+2.0	-		-15.3		
35	"	"	A	200.9	-19.9	-8.5	+162.5	-		-12.1		
36	"	Alpha ² Lib	E, B	351.5	-19.4	-8.9	+208.0	-		-4.8		
37	"	"	A	193.7	+9.0	+23.7	+13.4	-5.4	+17.0	+24.4	+11.6	-1.8
38	1679 Juni 24	ρ Sgr	E, B	303.3	-3.6	-8.7	-1.8	+7.2	-9.6	-19.4	-2.4	-0.6
39	"	"	A	236.5	-9.2	-8.3	-15.2	-29.2	+9.7	-11.3	-19.5	-4.3
40	1681 Jan. 1	Alpha Tau	E	9.4	-28.5	-33.7	-33.8	-11.1	-17.3	-54.6	-28.4	+5.4
41	"	"	A	162.5	-10.6	-20.1	-20.1	-	-	+1.5		
42	1683 Jan. 9	Alpha Tau	E	3.6	-38.7	-37.1	-37.0	-14.6	-17.5	-57.4	-32.1	+4.9
43	"	"	A	173.0	+13.7	+15.9	+15.6	-4.4	+17.4	+39.3	+13.0	-2.6
44	1683 April 2	ZC 832	E	3.6	-780.2	-116.1	-127.9	-		-146.5		
45	"	ZC 836	E	15.6	-550.7	-85.5	-81.5	-		-98.1		
46	"	ZC 832	A	186.0	+386.5	+50.3	+46.1	-		+59.6		
47	1678 Juni 4	ω^1 Sco	E	0.8	-121.3	-30.7						
48	"	ω^2 Sco	E	44.9	-66.9	-38.3						

(5) sind die Ergebnisse für die (O-C) gegeben, die man erhält, wenn bei der Zeitbestimmung aus den Sternhöhen ein Gang der Uhr zugelassen wird, während für Spalte (6) mit einem mittleren Uhrstand gerechnet und kein Gang angesetzt wurde. Die (O-C) in Spalte (7) erhält man, wenn man für die UT der Ereignisse, die von Newcomb (1878) bestimmt wurden, die Ephemeride DE 102-LE 51 auswertet. Die Ergebnisse von Martin (1969) für die $O-C = -\Delta\sigma$ sind in Spalte (8) wiedergegeben. Weiterhin gibt Spalte (9) die Zahl $-17^{\circ}5\cos W$, wobei die Differenz in ekliptikaler Länge von $17^{\circ}5$ dem gegenüber Martin geänderten Zahlenwert von Δ Rechnung tragen soll (vgl. 4.1., Gleichung (4.2.)). In Spalte (10) sind die von Newcomb (1878) bestimmten O-C aufgeführt. Spalte (11) gibt die Summe von Spalten (8) und (9) an, also Martin+Korrektur; sie kann mit Spalte (7) verglichen werden, denn bei beiden Spalten wurden als Zeiten der Ereignisse die UT nach Newcomb verwendet. Die Differenz (Spalte (11)-Spalte (7)) schließlich steht in Spalte (12). Diese Differenzen liegen im Bereich $\pm 5''$.

In Abb. 41 sind die O-C der Sternbedeckungen als Funktion des Positionswinkels W zu sehen. 43 der 48 Ereignisse liegen innerhalb des gezeigten Ausschnittes. Die anderen 5 haben einen größeren Betrag (O-C) und fallen außerhalb. Hier ist ebenso wie bei den Mondstrecken die Frage zu stellen: Kann man einen Cosinus-Term deutlich erkennen? Dies ist schwierig, weil die am stärksten von einer gleichförmigen Verteilung abweichenden Messungen bei stark negativen O-C liegen, wo ja bei Sternbedeckungen gerade die fehlerhaften Messungen zu erwarten sind. Denn wenn bei Sternbedeckungen Fehler vorkommen, wird meist $\Delta\sigma$ zu groß bestimmt, d.h. der Stern ist außerhalb des Mondrandes. Bei Eintritt am hellen Mondrand z.B. meint man, der Stern sei schon verschwunden, wenn er den Mondrand noch nicht berührt hat. Bei Austritten kann der Stern zu spät erkannt werden und ist schon außerhalb des Mondrandes.

Die Punkte bei manchen Positionswinkeln, z.B. nahe 0° , mit deutlich negativen O-C bedeuten also nicht unbedingt, daß ein Cosinus-Term existiert.

Ausgleichsrechnungen für die Sternbedeckungen (Tabelle 5.4.)

Es wurde ein Ansatz verwendet mit Sinus- und Cosinus-Term:

$$(O-C) = \cos W \cdot x_C + \sin W \cdot x_S \quad (5.1.)$$

Ausgehend von 48 Ereignissen liefert eine Ausgleichung mit 42 Daten einen Cosinus-Term $x_C = -15^{\circ}9 \pm 3^{\circ}6$ und einen Sinus-Term von $-1^{\circ}1 \pm 4^{\circ}8$. Es war notwendig, sechs stark abweichende Werte wegzulassen, denn man sieht, daß sich dann der mittlere Fehler einer Einzelmessung stark verringert. Die weggelassenen Ereignisse sind die Nummern 5, 25, 30, 32, 44 und 45 der Tabelle 5.3. Es wurden noch Rechnungen durchgeführt bei denen nur mit denjenigen Daten gerechnet wurde, für die gilt: $\text{Betrag}(O-C) < 30''$ bzw. $20''$. In diesem Fall ist x_C näher an $0''$.

Eine weitere Rechnung mit 37 Daten (Zeile 5), wobei ausgegangen wurde von der Menge der Punkte ohne die Werte bei stark negativen $(O-C)$ liefert $x_C = -12^{\circ}5 \pm 3^{\circ}8$ und x_S effektiv $0''$. Dieses Ergebnis, das einem ΔT von $+22^{\circ}8 \pm 6^{\circ}9$ entspricht, wird als das endgültige betrachtet, da die systematisch abweichenden Werte eliminiert sind.

Der mittlere Fehler einer Einzelmessung von Hevelius, $\pm 18^{\circ}2$ für Zeile 5, ist für Sternbedeckungen relativ groß. Spätere Beobachter, ab etwa 1700, bestimmten $O-C$ von Sternbedeckungen mit mittleren Fehlern von etwa $\pm 1-2''$.

Tabelle 5.4.

Ausgleichsrechnungen für die Sternbedeckungen

N	xc	xs	f	Nr.	Bem.
46	-22."1+5."5	-1."1+8."0	30."6	1	
42	-15.9+3.6	-1.1+4.8	18.6	2	
33	-6.0+3.1	+1.0+3.7	13.7	3	nur abs (O-C) kleiner 30."0
27	-1.3+2.6	+3.4+2.8	10.0	4	nur abs (O-C) kleiner 20.0
37	-12.5+3.8	+0.7+4.9	18.2	5	ohne Ausreißer bei negativen O-C

6. Ergebnisse für ΔT

Nun können die in den verschiedenen Abschnitten erhaltenen Ergebnisse für die Schwankung des Zeitmasses $\Delta T = (\text{Ephemeridenzeit} - \text{Weltzeit})$ noch zu einem Mittelwert kombiniert werden.

Für die Sonnenbeobachtungen (Abschnitt 3.8.) wurde bei der Rechnung mit Subtraktion der Jahresmittel nach Tabelle 3.12., Zeile 6 erhalten $\Delta L = (\text{beobachtete} - \text{theoretische mittlere Länge der Sonne}) = -0^{\circ}4 \pm 3^{\circ}8$, d.h. nach Multiplikation mit dem Umrechnungsfaktor 24.35 ein $\Delta T = -9^{\text{s}}7 \pm 93^{\text{s}}0$. Diese Wahl wurde in 3.8. begründet. Es sei noch erwähnt, daß sich bei Anbringung von Teilungsfehlern nach Rybka dieses Ergebnis um $41^{\text{s}}4$ erhöht, d.h. $\Delta T = +31^{\text{s}}7 \pm 93^{\text{s}}0$.

Aus Tabelle 4.18., Zeile 5 werde für die Mondstrecken ein Cosinusterm von $-7^{\circ}0 \pm 9^{\circ}6$, also $\Delta L_{\text{Mond}} = +7^{\circ}0 \pm 9^{\circ}6$, entnommen, wie in Abschnitt 4.4. begründet. Daraus erhält man durch Multiplikation mit dem Faktor 1.821 ein ΔT von $+12^{\text{s}}7 \pm 17^{\text{s}}5$. Das Ergebnis der Sternbedeckungen ist nach Tabelle 5.4., Zeile 5 ein Cosinus-Term von $-12^{\circ}5 \pm 3^{\circ}8$, also ein ΔT von $+22^{\text{s}}8 \pm 6^{\text{s}}9$.

Das Ergebnis aus den Sonnenbeobachtungen hat leider einen sehr großen mittleren Fehler. Es erscheint unplausibel, daß ΔT in der Zeit von 1652 bis 1679 negative Werte annahm. Das Resultat läßt keine zuverlässige Ermittlung des quadratischen Koeffizienten s in der mittleren Länge der Sonne nach der näherungsweisen Annahme $\Delta L = s(T_{1900})^2$ und damit, nach Gleichung (2.6.), von $\dot{\omega}/\omega$ der Erdrotation zu. Die aus den Mondbeobachtungen für ΔT abgeleiteten Werte sind marginal.

Rechnungen mit sieben Teilgruppen der Sonnenbeobachtungen ergeben zu stark streuende Ergebnisse für sichere Aussagen. Bei Aufteilung der Sonnenbeobachtungen in zwei Gruppen deutet sich eine Abnahme von ΔT von der ersten zur zweiten Gruppe an:

Gruppe 1: $\Delta L = +4^{\circ}7 \pm 5^{\circ}6$; $\Delta T = +114^{\text{s}}4 \pm 136^{\text{s}}$

Gruppe 2: $-7^{\circ}1 \pm 5^{\circ}6$; $-172^{\text{s}}9 \pm 136^{\text{s}}$

Es kann jetzt das gewöhnliche und ein gewichtetes Mittel

berechnet werden mit Gewichten proportional zum Kehrwert des Quadrats des mittleren Fehlers:

Ergebnisse:		Gewicht
(in jedem Fall ist $\dot{h} = -26''0/\text{cy}^2$ angesetzt)		
Sonne	$-9''7 \pm 93''0$	0.00012
Monddistanzen	$+12''7 \pm 17''5$	0.0033
Sternbedeckungen	$+22''8 \pm 6''9$	0.032

Gewöhnliches Mittel: $+8''6 \pm 16''6$

Gewichtetes Mittel: $+21''7 \pm 2''4$ Dieser unwahrscheinlich kleine mittlere Fehler hat sich ergeben, weil die nahe benachbarten Werte $+12''7$ und $+22''8$ bei weitem das größte Gewicht haben. Sinngemäß wäre ein gewichtetes, mit $1/(3)^{1/2}$ multipliziertes Mittel der drei einzelnen mittleren Fehler zu bilden. Bei dieser Rechnung würde sich ergeben $\pm 4''7$.

Nun sei daran erinnert, daß bei der Beschreibung des Ansatzes in Abschnitt 3.4. die Möglichkeit einer Korrektur der Präzessionskonstanten p erwähnt wurde. Fricke (1981) gibt für den mittleren Fehler von p den Wert $\pm 0''15/\text{cy}$ an. Für $T_{50} = -3.0$ cy würde dies maximal $\pm 0''45$ in ΔL ausmachen können. Dies entspricht $\pm 11''$ in ΔT . Falls ein genauerer Zahlenwert für p bekannt wird, können die Resultate korrigiert werden.

Weiter ist die Umrechnung zwischen verschiedenen Systemen der Ephemeridenzeit zu bedenken, z.B. zwischen denen von DE 102 und Herget nach Gleichung (2.2.). Für 1670 z.B. ist $ET_{DE\ 102} - ET_{Herget} = -15''72$.

Eine eventuelle Korrektur zur säkularen Akzeleration des Mondes $\dot{h}$ wirkt sich für die Mondbeobachtungen nach Gleichung (4.1.) aus:

$$\Delta L = n\Delta T + 0.5(\Delta \dot{h})(T_{75})^2$$

Damit können aus den ΔL die richtigen ΔT berechnet werden. Werden die Beobachtungen mit DE 200 verglichen statt mit DE 102-LE 51, so ergibt das $\Delta \dot{h} = +2''19/\text{cy}^2$ einen Korrekturterm von $+10''2$ in ΔL ; entsprechend verringert sich ΔT um $18''6$.

Für die Sonnenbeobachtungen dagegen geht ein Δh der Mondbahn nur wenig ein.

Die Ergebnisse für ΔT sollen nun mit den in Abschnitt 2. referierten Werten aus der Literatur verglichen werden:

Die geglättete Kurve von Stephenson und Morrison (1984) (Abb. 28) zeigt für 1660 ein ΔT von etwa $+40^s$, für 1680 etwa $+16^s$; das Mittel beträgt $+28^s$. Der graphischen Darstellung figure 1 von Krasinsky et al. (1985), die allerdings auf Merkurdurchgängen basiert, ist für 1650 ein ΔT von $+60^s$, für 1680 $+50^s$ zu entnehmen.

Addiert man zu dem Ergebnis aus den Mondständen $+12^s.7$ (mittlerer Zeitpunkt etwa 1669) eine Standardabweichung von $17^s.5$, so erreicht man die geglättete Kurve von Stephenson und Morrison (Abb. 28). Das Ergebnis für die Sternbedeckungen $+22^s.8$ (mittlerer Zeitpunkt etwa 1675) liegt praktisch genau auf dieser Kurve, die ebenfalls aus Sternbedeckungsbeobachtungen sowie äußeren Kontakten von Sonnenfinsternissen abgeleitet wurde.

Das Resultat der Mondständen deutet ein kleineres ΔT als nach der Kurve an. Es besteht die Möglichkeit, daß ΔT um 1669 etwa 15^s kleiner ist als nach den Ergebnissen von Stephenson und Morrison und um $\approx 40^s$ kleiner als nach Krasinsky et al.

Die mittlere Parabel nach Stephenson und Morrison (1984):

$\Delta T = 25^s.5 / \text{cy}^2 (T_{1820})^2$ ergibt für 1658 ausgewertet $+66^s.9$. Somit weisen sowohl die geglättete Kurve von Stephenson und Morrison als auch unsere Ergebnisse eine negative Fluktuation gegenüber einer mittleren Parabel auf. Die Differenz ist nicht verbürgbar, aber doch mit einiger Wahrscheinlichkeit reell. Sie wird außerdem gestützt durch die Tatsache, daß sie den Trend von Abb. 5, wo die Differenz zu einer mittleren Parabel aufgetragen ist, vor 1680 fortsetzt.

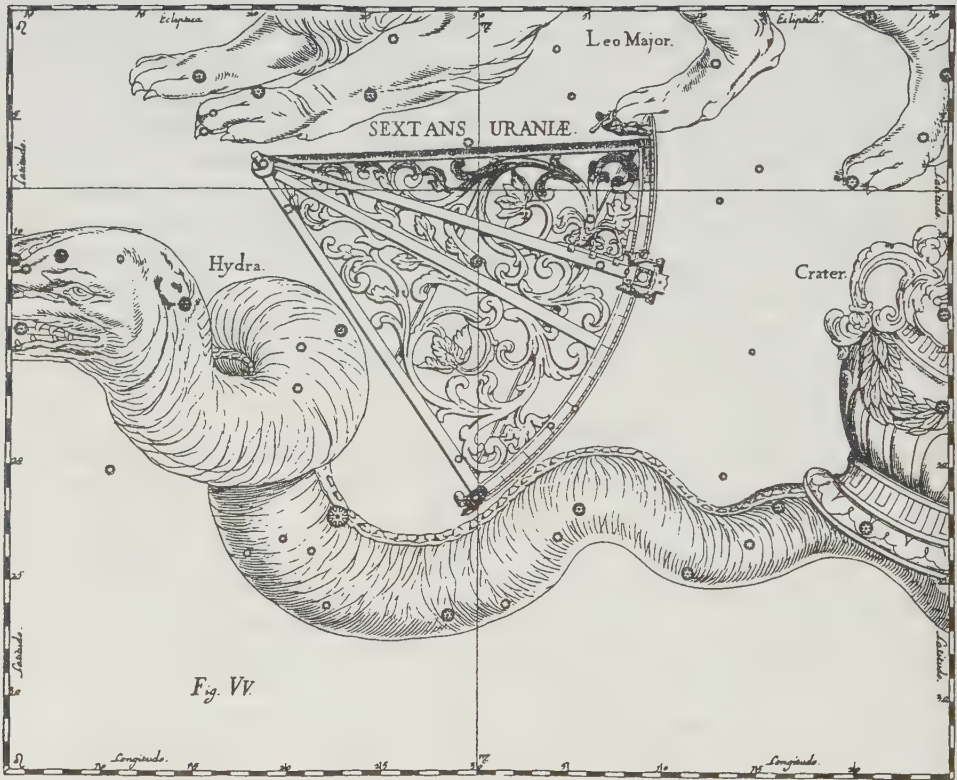


Abb. 42: Das von Hevelius erdachte Sternbild Sextant im Sternatlas von Hevelius (Hevelius 1968, V.P. Sheglov, ed.)

Anhang 1. Ausreisser der Sonnenbeobachtungen.

Tabelle A1. 19 Werte mit extremer Abweichung der 1568
Sonnenbeobachtungen
Betrag($\Delta\delta$) > 4'

Die Werte mit Bemerkung "weggelassen" wurden weggelassen, die anderen Werte wurden entsprechend dem mutmaßlichen Fehler korrigiert.

Nr.	Datum	O-C	Bemerkung
2	1652 Okt. 27	+59'40"	offensichtlich Druckfehler von 1°
110	1653 Sept.28	-24 04	Datum um 1 Tag fehlerhaft
128	1654 Feb. 26	+43 01	weggelassen
188	1654 Aug. 11	-30 27	Druckfehler von 1/2°
214	1654 Nov. 4	+18 13	1 Tag
229	1655 Juni 13	-31 05	1/2°
321	1659 März 23	-10 00	10'
376	1660 März 22	+4 24	weggelassen
414	1660 Sept.22	-24 32	1 Tag
456	1661 April21	+1 00 32	1°
461	1661 Mai 7	+5 28	weggelassen
613	1663 Juli 30	+7 30	weggelassen
704	1666 März 27	+9 28	weggelassen
896	1671 Jan. 13	-29 58	1/2°
925	1671 Juli 3	+19 00	weggelassen
1009	1672 April 7	-11 02	weggelassen
1013	1672 April 17	+19 28	weggelassen
1106	1673 Sept. 5	-23 13	1 Tag
1215	1676 Juni 26	-1 41 03	weggelassen

Tabelle A2. 26 Ausreißer nach der Ausgleichung (N=1412), die weggelassen wurden.

"Bemerkung über Wolken" bedeutet, daß an diesem Tag Wolken die Beobachtung störten.

Nr.	Datum	O-C	Bemerkung über Wolken
31	1653 März 13	-3 39	
54	1653 Mai 11	-2 42	
239	1657 März 17	+1 16	x
240	1657 März 18	+1 56	x
268	1657 Okt. 29	+1 58	x
349	1659 Juli 12	+2 55	x
350	1659 Juli 12	+3 00	x
457	1661 Mai 1	+1 42	
526	1662 April 26	+1 38	
558	1662 Sept 12	-4 23	
562	1663 Jan 24	-4 37	
611	1663 Sept 15	-2 54	
734	1667 Feb 27	-3 51	
742	1667 März 30	-3 08	
894	1671 Mai 6	-2 49	
907	1671 Aug 7	+0 58	
988	1672 Okt 13	-3 06	
989	1672 Okt 18	-3 39	x
990	1672 Okt 22	-2 54	
1076	1674 Sept 20	+1 42	x
1098	1676 März 20	+1 11	x
1099	1676 März 20	+1 21	x
1109	1676 April 29	+1 34	
1110	1676 April 30	+1 54	
1148	1676 Sept. 18	+1 21	
1149	1676 Sept. 18	+1 41	

Anhang 2: Bemerkungen über die Methode der kleinsten Quadrate

Weil in diesem Fall spezielle Probleme der Schreibweise auftreten, sei die allgemein bekannte Methode der kleinsten Quadrate kurz referiert.

Gegeben sei folgendes Problem: Es sind mehrere Unbekannte x_i durch vermittelnde Beobachtungen zu bestimmen. Die Beobachtungen sollen Größen y_k liefern. Bei den Sonnenbeobachtungen entsprechen die y_k den $\Delta\delta$. Zunächst wird angenommen, daß alle Beobachtungen gleiches Gewicht 1.0 haben. Im Falle einer linearen Beziehung hat man dann ein System von Bedingungsgleichungen der Form $A*x=y$ mit einer bekannten Koeffizientenmatrix A und den Vektoren x und y . Als Beispiel seien Dimensionen angeschrieben, wie sie bei den Sonnenbeobachtungen auftreten:

1600*5, 5, 1600

für A , x , y .

(Falls die Beziehung zwischen den y_k und den x_i nicht linear ist, wird um möglichst gute Ausgangswerte der x_i linearisiert.) Um alle x_i bestimmen zu können, braucht man mindestens ebensoviele Meßgrößen y_k ; im allgemeinen hat man sehr viel mehr, d.h. das Problem ist überbestimmt. (Im obigen Zahlenbeispiel: 5 Unbekannte x_i , 1600 Meßgrößen y_k). Die 1600 Gleichungen sind dann nicht alle streng miteinander vereinbar. Nach Gauß und Legendre sucht man diejenigen Werte der x_i , für die die scheinbare Fehlerquadratsumme $M:=(A*x-y)^{transp}*(A*x-y)$ bei gegebenem A und y minimal wird. Dazu ist notwendig, daß die partiellen Ableitungen von M nach den x_i gleich 0 werden, woraus sich die sogenannten Normalgleichungen ergeben:

$$(A^{transp}*A)*x=A^{transp}*y$$

oder abgekürzt: $N*x=z$ mit Dimensionen: $N:5*5$, $x: 5$, $z: 5$.

Die Auflösung der Normalgleichungen (z.B. nach dem Cholesky-Verfahren) liefert die optimalen Werte x_i .

Dieser Lösungsvektor x ergibt, in die Bedingungsgleichungen eingesetzt, Residuen v_k :

$$v := y - A \cdot x$$

aus denen sich die minimale Fehlerquadratsumme $M_{\min} = v^{\text{transp}} \cdot v$ und ein mittlerer (innerer) Fehler einer Einzelmessung $f_y = (v^t \cdot v / (n - k))^{1/2}$

berechnet, wobei n die Anzahl der Beobachtungsgrößen y_k und k die Anzahl der Unbekannten x_i ist.

Durch Fehlerrechnung erhält man auch einen mittleren Fehler f_{x_i} der Unbekannten x_i :

$$f_{x_i} = (N^{-1})_{ii}^{1/2} \cdot f_y$$

wobei N^{-1} die zur Matrix N der Normalgleichungen inverse Matrix ist.

Sollen manche Bedingungsgleichungen ein Gewicht $g < 1.0$ erhalten, so werden sie mit $(g)^{1/2}$ multipliziert.

Anhang 3. Quellen der Sternörter für Sternhöhen, Mondstrecken,
Sternbedeckungen:

a) FK4 (Fricke und Kopff et al. 1963)

Name FK4-Nummer

α And 1

β And 42

γ And 73

α Aql 745

α Ari 74

β Ari 66

α Aur 193

β Aur 227

α Boo 526

η Boo 513

α CMa 257

α CMi 291

δ Cap 819

β Cap 762

α Cas 21

γ Cas 32

α Cet 107

ι Cet 9

α CrB 578

α Cyg 777

ε Cyg 780

γ Eri 149

α Gem 287

β Gem 295

γ Gem 251

α Hya 354

α Leo 380

β Leo 444

δ Leo 422

α^1 Lib 1387

α^2 Lib	548
α Lyr	699
α Ori	224
β Ori	194
γ Ori	201
ϵ Peg	815
α Peg	871
β Peg	870
χ Peg	7
α Per	120
β Per	111
δ Per	131
α Oph	656
δ Oph	603
β Sco	597
α Ser	582
α Tau	168
β Tau	202
α Vir	498
ϵ Vir	488
β Vir	445
α UMa	417
η UMa	509

b) SAO (Smithsonian Astrophysical Observatory 1966):

γ Cet = SAO 110707

γ Leo = SAO 081298 und 081299 Doppelstern

α Psc = SAO 110291 Doppelstern

γ Vir = SAO 138917 Doppelstern

SAO 097354

SAO 097373

c) Zodiacal Catalog (Robertson 1940):

Nr.	Name
-----	------

438	134B Ari
-----	----------

633	53 Tau
-----	--------

661	71 Tau
-----	--------

671	θ^2 Tau
669	θ^1 Tau
536	16 Tau
539	19 Tau
541	20 Tau
542	21 Tau
543	22 Tau
537	17 Tau
545	23 Tau
552	η Tau
1193	85 Gem
2826	ρ Sgr
832	119 Tau
836	120 Tau
2307	ω^1 Sco
2310	ω^2 Sco
3253	e Aqr
538	18 Tau

Literaturverzeichnis:

- Aggarwal, H.R. und Oberbeck, V.R. 1974. *Astrophys. J.* 191, 577.
- Aoki, S., Guinot, B., Kaplan, G.H., Kinoshita, H., McCarthy, D.D., Seidelmann, P.K. 1982. *Astron. Astrophys.* 105, 359.
- Apparent places of fundamental stars 1980. Heidelberg: Astronomisches Rechen-Institut, 1978.
- The Astronomical Almanac for the year 1984. Washington, London 1983.
- Bartels, J. 1957. Gezeitenkräfte. in: *Handbuch der Physik*, S. Flügge, Hrsg., Band XLVIII, Geophysik II.
- de Ball, L. 1906. *Refraktionstabeln*. Leipzig, Verlag von Wilhelm Engelmann.
- Bessel, F.W. 1832. *Abhandlungen III*, S.434 ff. R. Engelmann, Hrsg., Leipzig 1876 = *Astron. Unters. II*, S.266 ff.
- Brockhaus Texte und Tabellen. Länder und Klima. Europa, UdSSR. 1983. Zsstellung. d. Tab.: Grünwald, G., Höller, E. und Stranz, D. Wiesbaden.
- Brosche, P. 1981. *Mitt. AG* 51, 81.
- Brosche, P. and Sündermann, J., eds. 1978. *Tidal friction and the earth's rotation*. Berlin, Heidelberg, New York.
- Brosche, P. und Hövel, W. 1982. *Naturwissenschaften* 69, 241.
- Brosche, P. and Sündermann, J., eds. 1982. *Tidal friction and the earth's rotation II*. Berlin, Heidelberg, New York.
- Brouwer, D. 1952. *Astron. J.* 57, 125.
- Brown, E.W. 1914. *Report of the British association for the advancement of science*, P. 311.
- Brown, E.W. 1919. *Tables of the motion of the moon*. New Haven.
- Burns, J. A. 1976. *Am. J. of Physics* 44, 944.
- Carter, W.E., Robertson, D.S., Pettey, J.E., Tapley, B.D., Schutz, B.E., Eanes, R.J., Miao Lufeng 1984. *Science* 224, 957.
- Conway, B.A. 1982. *Icarus* 51, 610.
- Counsellmann III, C.C. 1973. *Astrophys. J.* 180, 307.
- Currie, R.G. 1981. *Science* 211, 386.

- Darwin, G.H. 1879. Phil. Trans. R. Soc. London 170, 447.
- Darwin, G.H. 1880a. Phil. Trans. R. Soc. London 171, 713.
- Darwin, G.H. 1880b. Proc. R. Soc. London 30, 255.
- Delambre, M. 1817, 1821. Histoire de l'astronomie moderne. Paris.
Tome 1, 2.
- de Sitter, W. 1927. BAN 4, 21.
- Dickey, J.O. und Williams, J.G. 1982. EOS 63, 301.
- Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the
American Ephemeris and Nautical Almanac. London 1961. Third
Impression 1974.
- Fricke, W. 1981. in: Gaposchkin, E.M. und Kofaczek, B.
eds.: Reference Coordinate Systems for Earth Dynamics.
Dordrecht. = Mitteilungen des Astronomischen Rechen-
Instituts Heidelberg, Serie A, 135.
- Fricke, W., Kopff, A. et al. 1963. Fourth Fundamental Catalogue.
Veröffentlichungen des Astronomischen Rechen-Institutes
Heidelberg Nr. 10.
- Gerstenkorn, H. 1955. Z. Astrophys. 36, 245.
- Goldreich, P. 1966. Rev. Geophys. Space Phys. 4, 411.
- Goldreich, P., Peale, S.J. 1968. Ann. Rev. Astron. Astroph. 6, 287.
- Goldstein, S.J. jr. 1982. Cel. Mech. 27, 53.
- Goldstein, S.J. jr. 1985. Astron. J. 90, 1900.
- Gondolatsch, F. 1953. Veröff. ARI Heidelberg Nr. 5.
- Greenberg, R. 1974. Icarus 23, 51.
- Hansen, K.S. 1982. Rev. Geophys. Space Phys. 20, 457.
- Herget, P. 1953. Astron. Papers Vol. XIV, Washington D.C.
- Hevelius, J. Machina Coelestis. Danzig, 1673, 1679.
Nachdruck: Hrsg. F. Schmeidler. Osnabrück 1969.
- Hevelius, J.: Annus Climactericus. Danzig 1685.
- Hevelius, J.: The Star Atlas. Introduction and edition by V.P.
Sheglov. Tashkent 1968.
- Hevelke, J.: Gert Hevelke und seine Nachfahren. Danzig 1927.
- Hide, R., Birch, N.T., Morrison, L.V., Shea, D.J., White, A.A. 1980.
nature 286, 114.
- Hipkin, R.G. 1975. in: Rosenberg und Runcorn 1975.
- Hughes, J.A., Scott, D.K. 1982. Publ. US Naval Obs. XXIII, Part
III.

- Kaula, W.M. 1964. Rev. Geophys. Space Phys. 2, 661.
- Krafft, F. und Meyer-Abich, A. 1970. Große Naturwissenschaftler. Biographisches Lexikon. Frankfurt am Main.
- Krasinsky, G.A., Saramonova, E.Y., Sveshnikov, M.L. und Sveshnikova, E.S. 1985. Astron. Astrophys. 145, 90.
- Kremer, R.L. 1983. Q. J. R. Astron. Soc. 24, 36.
- Kremer, R.L. 1985. Sky and Telescope 70, 110 (Letter).
- Lambeck, K. 1975. J. Geophys. Res. 80, 2917.
- Lambeck, K. 1977. Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A, 287, 545.
- Lambeck, K. 1980. nature, 286, 104.
- Lambeck, K. 1980. The earth's variable rotation. Geophysical causes and consequences. Cambridge university press, Cambridge.
- Landolt-Börnstein: Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaft und Technik. Neue Serie. Gruppe VI: Astronomie, Astrophysik und Weltraumforschung. Band 2a). K.Schaifers, H.H.Voigt, Hrsg. Berlin, Heidelberg, New York 1981.
- Landolt-Börnstein. Neue Serie. Gruppe V: Geophysik und Weltraumforschung. Band 2. Geophysik der festen Erde, des Mondes und der Planeten. K.Fuchs, H.Soffel, Hrsg. Berlin, Heidelberg, New York 1984.
- Ludwig, R. Fehler- und Ausgleichsrechnung. Braunschweig 1969.
- MacDonald, G.J.F. 1964. Rev. Geophys. Space Phys. 2, 467.
- MacDonald, G.J.F. 1966. Origin of the moon: Dynamical considerations, in: The Earth-Moon System, edited by B.G. Marsden and A.G.W. Cameron, pp. 165-209, New York.
- Martin, C.F. 1969. A study of the rate of rotation of the Earth from occultations of stars by the Moon 1627-1860, PhD thesis, Yale University.
- Mignard, F. 1980. Moon Planets 23, 185.
- Morrison, L.V. 1973. nature 241, 519.
- Morrison, L.V. , Ward, C.G. 1975. Monthly Notices R. Astr. Soc. 173, 183.
- Morrison, L.V. 1979. Monthly Notices R. Astr. Soc. 187, 41.
- Morrison, L.V., Lukac, M.R. und Stephenson, F.R. 1981. RGO Bulletin

186.

- Morrison, L.V. und Stephenson, F.R. 1981. in: Gaposchkin, E.M. und Kofacek, B. eds.: Reference Coordinate Systems for Earth Dynamics. Dordrecht.
- Le Mouel, J.-L., Madden, T.R., Ducruix, J., Courtillot, V. 1981. *nature* 290, 763.
- Moulton, F.R. 1909. in: The Tidal and Other Problems, Publ. 107, pp. 77-133, Carnegie Institution of Washington, Washington, D.C., 1909.
- Muller, P.M. 1976. Report SP 43-36, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California.
- Muller, P.M. und Stephenson, F.R. 1975. in: Rosenberg und Runcorn 1975.
- Munk, W.H. 1968. *Q. J. R. Astr. Soc.* 9, 352.
- Munk, W.H. und MacDonald, G.J.F. 1960, ² 1975. The rotation of the earth. Cambridge.
- Newhall, X.X., Standish, E.M. jr., Williams, J.G. 1983. *Astron. Astroph.* 125, 150.
- Newcomb, S. 1878. Researches on the motion of the moon I. *Astron. Met. Observations* Washington 1878.
- Newcomb, S. 1912. *Astron. Papers Am. Ephemeris* 9, Part 1.
- Newton, R.R. 1968. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 14, 505.
- Newton, R.R. 1969. *Science* 166, 825.
- Newton, R.R. 1972. *Mem. R.A.S.* 76, 99.
- Newton, R.R. 1982. *Q. J. R. Astr. Soc.* 23, 67.
- Oesterwinter, C. und Cohen, C.J. 1972. *Cel. Mech.* 5, 317.
- Repsold, J.A. 1908. *Geschichte der astronomischen Meßwerkzeuge I, II.* Leipzig. Verlag von W. Engelmann.
- Robertson, J. 1940. *Catalog of 3539 Zodiacal Stars for the Equinox 1950.0.* *Astronomical Papers to the American Ephemeris and Nautical Almanac X*, Part II. Washington.
- Roche, E.A. 1850. *Mém. Acad. Montpellier* I.
- Rosenberg, G.D., Runcorn, S.K., eds. 1975. *Growth rhythms and the history of the earth's rotation.* London.
- Rosenberger, O.A. 1831. *Astron. Nachr.* 9, 52.
- Rybka, P. *Katalog Gwiazdowy Heweliusza. Monografie z dziejów nauki i techniki, Tom CXXXII.* Wrocław, Warszawa, Kraków, Gdańsk,

- Lódź 1984.
- Schmeidler, F. 1965. *Vistas in astronomy* 6, 69.
- Schmeidler, F. 1969. Nachdruck von: J. Hevelius, *Machina coelestis*. Osnabrück 1969.
- Schwarzschild, M. 1958. *Structure and evolution of the stars*. Princeton.
- Sheglov, V.P.: Jan Hevelius, *The Star Atlas*. Introduction and edition by V.P. Sheglov. Tashkent 1968.
- Shu, F.H., Lubow, S.H. 1981. *Ann. Rev. Astron. Astroph.* 19, 277.
- Slichter, L.B. 1963. *J. Geophys. Res.* 68, 4281.
- Smithsonian Astrophysical Observatory (Staff of) 1966. *Star Catalog. Positions and proper motions of 258997 stars for the epoch and equinox 1950.0*. Publications of the Smithsonian Institution of Washington, D.C. No. 4562. Washington: Smithsonian Institution.
- Smylie, D.E., Szeto, A.M.K. und Rochester, M.G. 1984. *Rep. Prog. Phys.* 47, 855.
- Sõma, M. 1985. *Celestial Mechanics* 35, 45.
- Sorokin, N.A. 1965. *Sov. Astron. Engl. Transl.* 9, 826.
- Spencer Jones, H. 1932. *Ann. Cape Obs.* 13, Part 3.
- Spencer Jones, H. 1939. *Monthly Notices R. Astr. Soc.* 99, 541.
- Spencer Jones, H. 1956. in: *Hdb. Physik XLVII, Geophysik 1*, S.1. S. Flügge, ed.
- Stephenson, F.R. 1978. in: Brosche und Sündermann 1978.
- Stephenson, F.R., Morrison, L.V. 1984. *Phil. Trans. R. Soc. London A* 313, 47.
- Stumpff, P. 1981. *Astron. Astroph.* 101, 52.
- Stumpff, P., Lieske, J.H. 1984. *Astron. Astrophys.* 130, 211.
- Tupman, G.L. 1900. *The Observatory* 23, 132 und 165.
- Van Flandern, T.C. 1970. *Astron. J.* 75, 657.
- Van Flandern, T.C. 1975. *Monthly Notices R. Astr. Soc.* 170, 333.
- Van Flandern, T.C. 1976. *Sci. Amer.* 234, No. 2, 44.
- Van Flandern, T.C. 1981. *Astrophys. J.* 248, 813.
- Wahr, J. 1986. *Sky and Telescope* 71, 545.
- Watts, C.B. 1963. *Astr. Pap. Washington*, XVII.
- Weigert, A. und Wendker, H.J. 1982. *Astronomie und Astrophysik -*

ein Grundkurs. Weinheim.

Williams, J.G., Sinclair, W.S., Yoder, C.F. 1978. Geophys. Res. Lett. 5, 943.

Wittmann, A. 1982. in: Brosche und Sündermann 1982.

Wittmann, A. 1984. Mitt. AG 62, 201.

Woolard, E.W., Clemence, G.M. 1966. Spherical Astronomy. New York.

Zinner, E. Deutsche und niederländische astronomische Instrumente des 11.-18. Jahrhunderts. 2. Auflage. München 1967.

Danksagung

Ich danke

H. Prof. Dr. F. Schmeidler für seine geduldige

Betreuung dieser Arbeit

H. Prof. Dr. R.P. Kudritzki für die Möglichkeit, an der

Universitäts-Sternwarte München arbeiten zu können und für

seine Unterstützung

Dr. K.-P. Hartmann

für kollegiale Hilfe

Dr. K.P. Simon und O. Montenbruck

für hilfreiche Diskussionen

allen anderen Kollegen an der Universitäts-Sternwarte München

für die angenehme Atmosphäre

Dr. E. M. Standish (JPL)

für die Überlassung der

JPL-Ephemeride DE 102

der Universität München

für Unterstützung aus der

Friedrich-Geissendörfer-Stiftung und

der Stiftung Przemysler-Przemyslav

dem Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus

für ein Graduierten-Stipendium

der Ost- und Westpreussenstiftung in Bayern, die den Druck

der Arbeit ermöglicht hat

last not least meinen Eltern

Lebenslauf

Name: Johann Jakob Wunsch
Geburtsdatum: 24.1.1957
Geburtsort: Thierhaupten (Kreis Augsburg Land)
Eltern: Kreszenz Wunsch, geb. Ruisinger
Johann Wunsch sen.
Staatsangehörigkeit: deutsch
Schulen: 1963-1969 Volksschule Thierhaupten
1969-1973 Staatl. Realschule Meitingen
1973-1976 Holbein Gymnasium Augsburg
Abitur: Juni 1976
Wehrdienst: 1.7.1976-30.9.1977
Studium: ab Wintersemester 1977/78
Studium der Physik an der Universität München

Thema der Diplomarbeit:
"Untersuchung des Beta Cephei Kandidaten
Omikron Velorum"

Diplomprüfung in Physik am 3.5.1983
Ergebnis: sehr gut

seit 1.9.1983 Studium der Astronomie an der
Universität München; Arbeit an der Dissertation
in Astronomie

